

浸透流によるトレーサーの分散係数について

大阪大学工学部 正会員 釜田 明  
大阪府立高専 正会員 ○佐藤 邦明

1. 序

浸透流場に流体特性（密度、粘性係数）の異なつた Miscible Fluids（たとえば、水と塩水）が同時に存在する場合、相互に分散（Dispersion）と拡散（Diffusion）が起こる。前者は主に浸透速度の規模と多孔体の幾何的性質に、後者は流体自身の特性値と拡散物質のそれに関係する。一般に前者は後者を含む。従来、これらの研究について、大別し二通りの数学的アプローチがある。一つは、着目流体の質量保存の式から、他は流場の統計モデルから出発する。両数学モデルにおいて実験的に決定されるべき量の一つとして、分散係数は最も重要である。この係数は広義にテンソル量であるが、他に比べ卓越する2量、すなわち、平均流方向の縦方向分散係数と平均流に垂直な方向の横方向分散係数が二次元流においてしばしば扱われる。

ここに、われわれは一様および統計的分布をもつ多孔体中で低濃度の塩水と淡水の浸透流による分散の測定を行ない、縦、横分散係数、抵抗係数、および、多孔体特性との関連について二三の結果を得たので報告する。

2. トレーサー物質の保存の式と解。

いま、われわれは着目流体の分散による濃度変化に重点を置くためにトレーサー保存の式から出発するが、境界、初期条件は可能な実験手法に制約される。基本式、境界、初期条件と解は Table-1 の様を得られる。表中の分散係数は縦、横、（ $D_x$ ,  $D_y$ ）共に次のごとく記述される。

$$D = \beta \cdot L \cdot u, \quad (1) \quad L: \text{代表的長さ}, \quad u: \text{代表的速度}, \quad \beta: \text{係数}$$

Table-1

| Equations of Tracer Conservation                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Boundary and Initial Conditions                                                                                                                | Solutions                                                                                                                                                                 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\frac{\partial C}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial C}{\partial x} = D_x \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$ <p>(Longitudinal Dispersion)</p>                                                                                                                                                                                                                       | $C(0, t) = C_0 \quad (t \geq 0)$<br>$C(x, 0) = 0 \quad (x > 0)$<br>$C(\infty, t) = 0 \quad (t \geq 0)$                                         | $C/C_0 = 1/2 \operatorname{erfc} \left[ \frac{x - ut}{2(D_x t)^{1/2}} \right] + 1/2 \exp \frac{ux}{D_x} \operatorname{erfc} \left[ \frac{x + ut}{2(D_x t)^{1/2}} \right]$ |
| $u \cdot \frac{\partial C}{\partial x} = D_y \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}$ <p>(Lateral Dispersion)</p>                                                                                                                                                                                                                                                            | $C(0, y) = C_0 \quad (-\infty < y \leq 0)$<br>$C(0, y) = 0 \quad (0 < y < +\infty)$<br>$\partial C / \partial y = 0 \quad (y = \pm \infty; x)$ | $C/C_0 = 1/2 \operatorname{erfc} \left[ \frac{y}{2(D_y \cdot x)^{1/2}} \right]$                                                                                           |
| <p>Where <math>C</math>=Concentration of Dispersing mass; <math>u</math>=Seeping Velocity (cm/sec)<br/> <math>x, y</math> = Co-ordinates ; <math>D_x</math> = Coefficient of Longitudinal Dispersion (<math>\text{cm}^2/\text{sec}</math>)<br/> <math>D_y</math> = Coefficient of Lateral Dispersion (<math>\text{cm}^2/\text{sec}</math>) ; <math>t</math> = time (sec)</p> |                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                           |

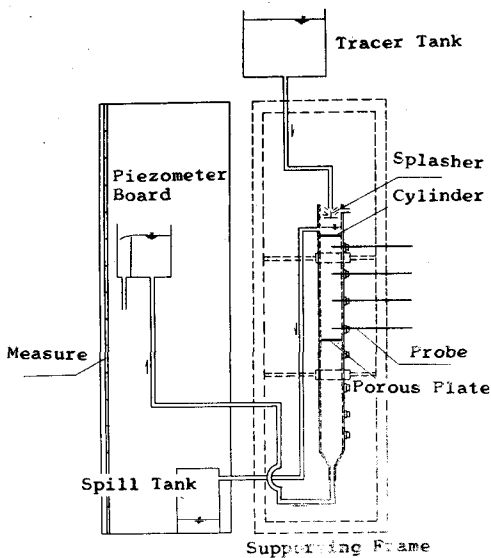


Fig.1 Schematic Diagram of Longitudinal Dispersion Apparatus

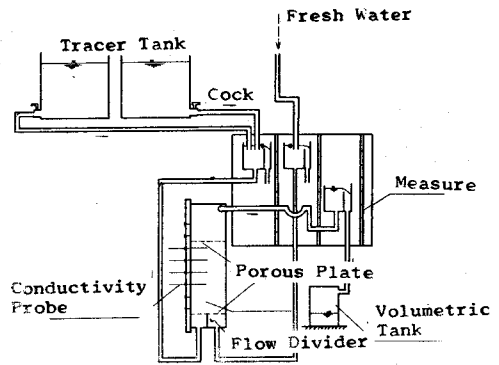


Fig.2 Schematic Diagram of Lateral Dispersion Apparatus

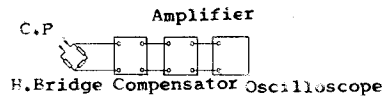


Fig.4 Block Diagram of Measurement of Tracer Concentration

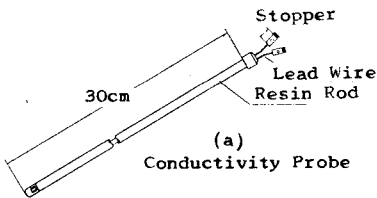
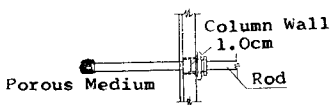


Fig.3



(b) Installation of Probe

上式中の  $L, u$  について、 $u$  = 平均流速、 $L$  = 平均粒径を採用する  
 場合が多い。また、 $\beta$  は多孔体の幾何的要素から決まり若干の研  
 究において一定値をとる事が認められている。(たとえば、  
 Harleman & Rummel, W, H, Li & F. H. Lai )

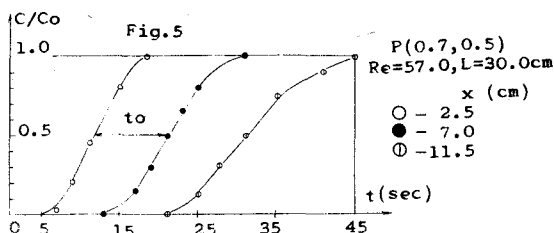
### 3. 実験装置と方法.

使用された実験装置は Fig.1, Fig.2, Fig.3, (a), (b) に示されて  
 いる。また、濃度測定に用いられた電気回路がブロック線図で  
 Fig.4 に示されている。

まず、縦方向分散の測定 ( Fig.1 参照 ) は長さ 80 cm, 直径 7 cm の  
 透明円筒に固定された 4 本のプローブ ( 間隔、7.5 cm ) による。流速の変動はピエゾメーター板に固定さ  
 れたオーバーフロータンクの下により行なわれる。手順は次のとおりである。初め、フレームに固定さ  
 れた円筒内に多孔体 ( 後述 ) を下部多孔板上 30 cm に充てんし、プローブを所定の位置に設定する。次に、  
 水を気ほう混入の防止のためオーバーフロータンクの水位が上部多孔板の位置と同程度になるまで逆給  
 水する。そこで、プローブ結線を行ない、オシロ紙上の記録の準備を完了する。オーバーフロータンクに  
 より所定の水頭差を与えると同時にトレーサー ( 後述 ) の流入を開始し、最下流のプローブをトレーサー  
 のフロント ( 濃塩境界面 ) が通過するまでレコーディングを継続する。同一多孔体について種々の水頭差  
 を与えて同様の計測を行なう。浸透流量はその都度計られる。

次に、横方向分散の測定 ( Fig.2 参照 ) は、長さ 90 cm, 高さ 18 cm, 幅、4 cm の前面透明なコンテナに

Profiles of Longitudinal Dispersion  
for three-different points



Lateral Profiles of Concentration  
Fig. 6

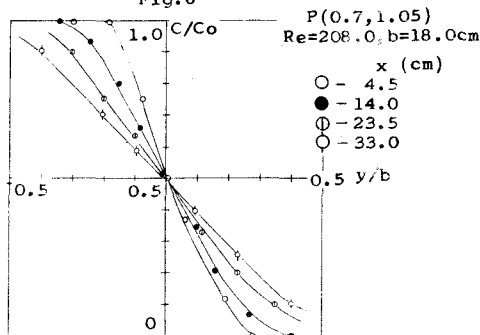


Fig. 6

了する。そこで最上流端のフローブから順に、平均流方向に垂直断面内の濃度分布を1.5 cm毎に12点計る。同一多孔体について種々の水頭差に同様の計測を行なう。浸透流量については縦方向分散と同じである。多孔体は1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12mmのガラス球であり、同一粒径からなるもの4種と正規分布のもの6種の計10種である。(分布特性値、平均粒径 $\bar{d}$ 、と標準偏差 $s, d$ について、Fig 8を参照)。塩分濃度は $Co = 0.5\%$ を用いた。水頭差は縦、横分散共に、最小2cm、最大30cmの範囲である。なお、フローブ針は白金(0.2 mm)で、針間距離は3mmであつた。(Fig 3, a, b 参照)

#### 4. 結果とその検討

縦方向分散の一測定結果がFig 5に示されている。正規分布 $P(0.7, 0.5)$ 、 $Re = (\frac{\bar{d} \cdot U}{\nu}) = 57.0$ の時、比濃度 $C/Co$ と経過時間(sec)の関係が上流端からの距離 $x = 2.5, 7.0, 11.5$  cmに置かれたフローブの同時計測によりプロットされている。分散は下流方向距離の増加に従いが大きい事が分る。

Fig 6は $P(0.7, 1.05)$ 、 $Re = 208.0$ の場合の $X = 4.5, 14.0, 23.5, 33.0$  cmの点における平均流に垂直な断面内の $C/Co$ と $y/b$  ( $y$ ;  $C/Co = 0.5$ の $X$ の距離、 $b$ ; 多孔体の巾)のプロットである。縦方向分散と同様に下流距離 $X$ の増加に伴い、分布はフラットになつている。これから縦横分布のデータを用いて、分散係数は次の様にして求まる。表1に得られた解曲線において、初め、縦方向係数 $Dx$ は、解の第二項に比べて十分小さいから無視し、平均流速 $U = X_0/t_0$  ( $X_0$ : フローブ間距離、 $t_0$ :  $C/Co = 0.5$ を切る時間 (Fig 5参照)、 $X$ が与えられ、かつ任意時刻 $t$ での $C/Co$ が与えられ、計算される。

次に、横方向係数は解曲線から、任意の点 $x, y$ 、での $C/Co$ が与えられ直ちに計算される。(Fig 6参照)

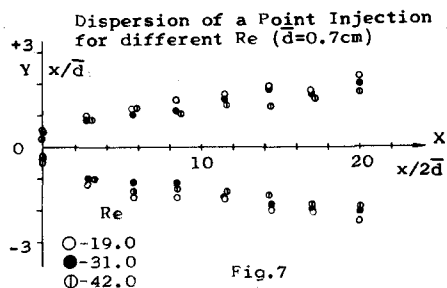


Fig. 7

固定された4本のフローブ(間隔, 9.55)に依る。流速の変動は3個の可動オーバーフロータンクの操作で行なわれる。手順は、淡塩境界面が定常であるから、縦方向分散の場合と異なる。まず、多孔体が下部多孔板上部に40 cm充填され、フローブ4本が固定される。直ちに、同水位の淡塩両オーバーフロータンクで、下から上方に給水される。残りの1オーバーフロータンクにより水頭差を与え、数分間、境界面の安定を待つ。フローブの結線の終え、オシロ紙上の記録の準備が完

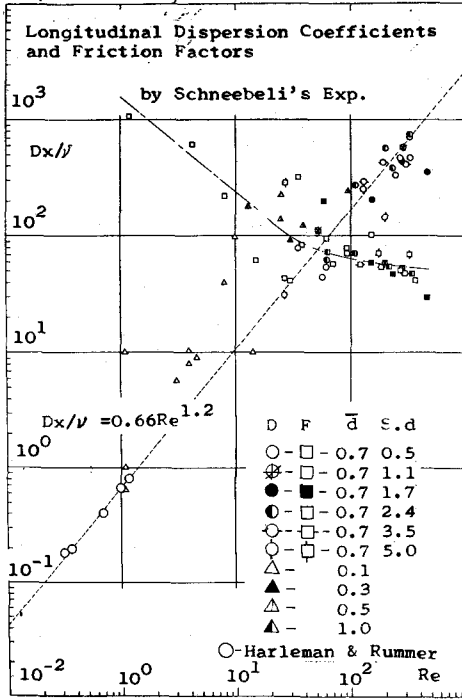


Fig. 8

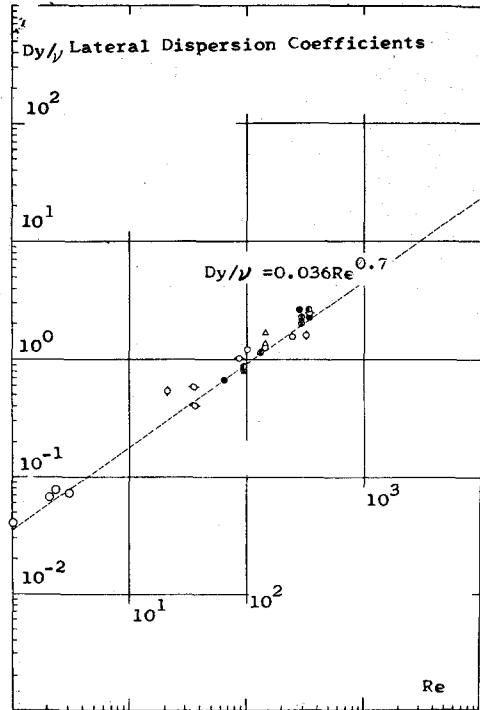


Fig. 9

各々、 $Dx/\nu$ 、 $Dy/\nu$  と  $Re$  の関係を多孔体の分布特性格にプロットしたものが Fig. 8, Fig. 9 であるが、Harleman-Rummer の実測式（点線）がレイノルズ数の大きい範囲でもいい一致を示している事が分る。注目すべき事がらとして、流れの抵抗係数と分散係数の関係である。Fig. 8 に Schneebeli の実測式と共にプロットされている。この関係は、層流において、 $Re \zeta = a$ 、（ $a$ : 定数）、 $I = \zeta l/d u^2/2g$ 、（ $I$  = 動水こう配）、および (1) 式から次の様になる。

$$Dx/\nu = C/\zeta, \quad (C: \text{定数}) \quad (2)$$

われわれは横方向分散に関与する平均流に垂直な方向の微小流速の規模を推定するため、一点からトレーサーを注入し形成される分布を観測した。（Fig. 7）。レイノルズ数の増加により横方向の広がりが小さくなっている。つまり平均流の増加に伴ない横方向より縦方向の浸透流規模の卓越する事を意味する。次に近似式  $\sqrt{2}x = \sqrt{2}y/u$  から  $Re = 42.0$  の時、 $v = 0.053 \bar{u}$  程度であろう。この関係については今後の研究が望まれる。

## 5. 結論

本研究において、われわれの採用した分散係数の推定法、塩素イオン濃度と電気伝導度の関係から塩濃度分布を求め、その解曲線から逆に  $Dx$ 、 $Dy$  を推定する方法、によつて、多孔体の分布特性値との関連を得る事は困難であつたが、マクロ的にほぼ Harleman-Rummer の実測式が高レイノルズ数についても成立する事が分つた。抵抗係数と分散係数は相互に逆比例の関係（分散係数の増加で抵抗係数は減少する）が層流の範囲で成立する。さらに、横方向分散に影響する場所的浸透流速の規模は、レイノルズ数に關係するが、 $Re = 42.0$  の時、ほぼ平均流速の数%である事が分つた。この点はほぼ  $Dx/Dy$  の比のオーダーと一致している。