

二成層流における混合拡散過程について

京都大学工学部 正員 岩佐 義朝

京都大学工学部 正員 O井上 和也

和歌山県土木部 正員 竹林 征三

1. はしがり

本報は、静止した塩水に接して淡水が流下する二成層流の境界面における混合現象について、淡水中の塩分通過率に注目し、その流下による変化の特性を拡散方程式を通じて二三考察したものである。

淡水(上層流)の流速の増加に伴い、境界面に発生した内部波は波頂付近から碎けはじめる。碎波によって、下層の塩水の一部は直ちに上層内へ拡散されるが、残りは重力の差により直ちには拡散されずに境界面近傍にとどまったまま流下することが観察された。混合量を上層内へ拡散された塩分の量とすると、上層内の塩分の濃度分布および流速分布を知ることにより混合量が求められる。したがって、これらの分布が問題になるが、上層の下限として安定な内部波による濃度変動の影響を受けない範囲をとれば、上層内の流速分布はほぼ一様とみなしうる。

2. 上層流の拡散方程式

定常は二次元流れを対象とし流れ方向の拡散を無視すれば、質量保存則より次式が得られる。

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + w \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad (1)$$

ここで K は拡散係数である(図-1参照)。

さらに、濃度 C が小さければ、混合流体の運動は単一流体の運動に近似されるから、 x 方向の流速 u が z に無関係であるとすれば

$$w = \left(-\frac{d}{dx} \int_0^h u dz + u \frac{dh}{dx} \right) \frac{z}{h} \quad (2)$$

が得られる。 K を x のみの関数とし、上層の単位幅流量 $Q = \int_0^h u dz$ を一定と考へ、 $\xi = z/h$ 、 $\zeta = z/h(x)$ と変数変換すれば、(1)式はつぎのようになる。

$$\frac{u}{h_0} \frac{\partial C}{\partial \xi} = \frac{K(\xi)}{h^2(\xi)} \frac{\partial^2 C}{\partial \zeta^2} \quad (3)$$

境界条件として、i) $\xi=0$ で $C=0$ 、ii) $\zeta=0$ で $\partial C / \partial \zeta = 0$ 、iii) $\zeta=1$ で $C=C_0$ をとれば、(3)式の解は

$$\frac{C}{C_0} = 1 + \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1} \cos\left(\frac{2n+1}{2} \pi \zeta\right) \exp\left(-\frac{(2n+1)^2}{4} \pi^2 \int_0^{\xi} \frac{K(\xi')}{Q} \frac{h_0}{h(\xi')} d\xi'\right) \quad (4)$$

となる。また、上層の塩分通過率 $Q_s = \int_0^h C u dz$ はつぎのように求められる。

$$\frac{Q_s}{C_0 Q} = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp\left(-\frac{(2n+1)^2}{4} \pi^2 \int_0^{\xi} \frac{K(\xi')}{Q} \frac{h_0}{h(\xi')} d\xi'\right) \quad (5)$$

図-2は $\alpha = \int_0^{\xi} K(\xi') h_0 / (Q h(\xi')) d\xi'$ とおいて、(5)式を数値計算した結果である。

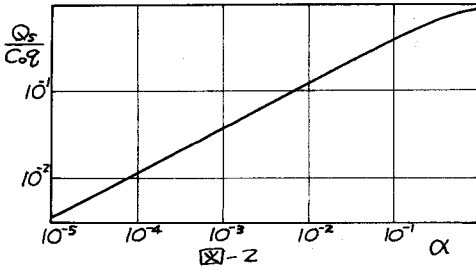


図-2

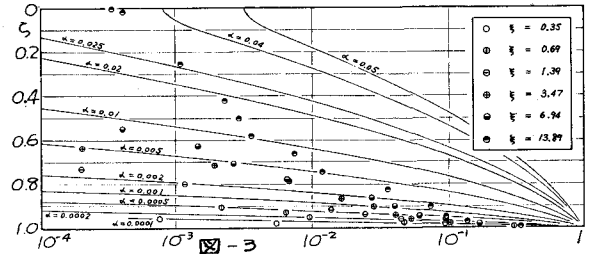


図-3

3. 実験結果および考察

以上の取り扱いにおいて上層の下限のとり方が問題になるが、本報では便宜上湿分濃度が下層のその5%になる点をとることとした。

図-3は濃度分布の測定結果の一例を(4)式の計算結果とともに示したものである。境界面直傍では(4)式により濃度分布の特徴が比較的よく表わされるが、その小さい自由表面の近くでは適合するとはいえない。これは拡散係数を断面内で一定としたためと考えられる。しかし、その小さいとき Q_s/C_0 はきわめて微小であって Q_s には大きく寄与しないから、 Q_s から断面平均量としての K を推定しても大きな誤りはないであらう。

図-4は実験より得られた Q_s/C_0g と ϵ の関係を示したものである。 $Q_s/C_0g \sim \epsilon^m$ とすれば、鉛直混入速度 $dQ_s/d\epsilon$ は ϵ^{m-1} に比例するが、図-4より明らかに ϵ はすべて1より小さいから鉛直混入速度は流下距離の増加とともに減少することが分る。図-5に Q_s/C_0g から(5)式を用いて求められる α と ϵ との関係が示される。 dh/dx は 10^3 の程度であるから $h_0/h(\epsilon) \approx 1$ である。したがって、 K が一定ならば α と ϵ は比例することになる。ここで $\alpha \sim \epsilon^m$ 、したがって $K \sim \epsilon^{m-1}$ としたときの m とKeulegan数 $\psi (= U^3 \epsilon g v_2)$ 、拡張されたRichardson数 $R_i^* (= \epsilon g h / U^2)$ との関係を示したのが図-6、図-7である。図-7より明らかに R_i^* が増加するに従い $m-1$ は正から負に変化することが見られる。すなわち、 R_i^* によって K の ϵ による増減の特性が変化することを意味している。 ψ についても同様の傾向が見られる。

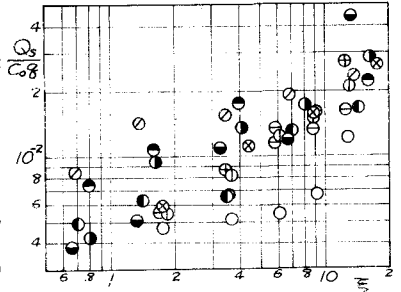


図-4 (記号は図-5と同じ)

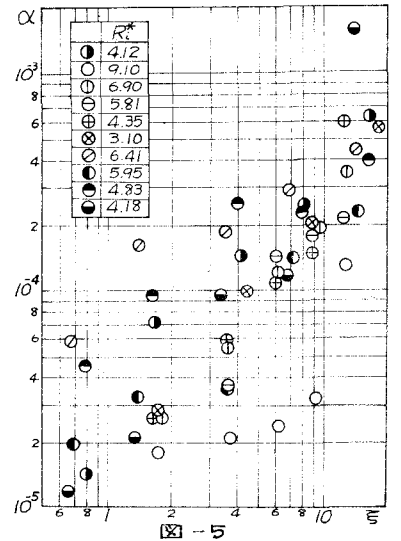


図-5

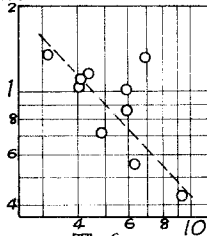


図-6

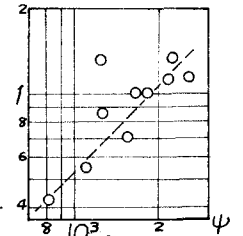


図-7

以上のように、このような流れにおける混合現象は流下距離によって変化すること、そしてこの変化は R_i^* 、 ψ の影響を受けることが明らかにされたが、現段階ではこれらを定量化することは困難である。