

傾斜した塔を有する斜張橋について

大阪大学工学部 正員 前田 幸雄
大阪大学工学部 正員 林 正
大阪大学工学部 学生員 ○平 野 秀昭

1. まえがき 鉛直な塔を有する斜張橋の一般的な解法は、長谷川・成岡¹⁾及び前田・林²⁾により発表されている。しかし塔が鉛直でなく任意な角度で傾斜した斜張橋³⁾では塔の変形に新たな要素が加わり、上記の文献^{1), 2)}の式をそのまま用いることはできない。そこで著者は既に発表した理論を拡張して、塔が傾斜した場合とともに主桁の縦断勾配の影響を無視することができない場合の計算式を導いた。さらに数値計算により径間連続橋を基本系とする数種の斜張橋について、塔の傾斜角が断面諸量に及ぼす影響を調べた。

2. 構造条件 本文で扱う斜張橋は、次のような構造を有するものとする。

- (1) 構造形式 a) 主桁は等・変断面の単一または連続した単純桁、ゲルバー桁、連続桁、アーチ或いは塔と一体化された多径間連続ラーメン及びこれに準ずる構造とする。
b) 塔は任意な角度で傾斜しており、変断面であらうよい。その基部の状態はヒンジ端または固定端とするが、特別な場合として塔基部が主桁上に剛結された場合も考へる。
c) 主桁と塔との関係は全く無関係な場合、主桁が塔の中間部で鉛直方向にのみ支持された場合、主桁と塔が鉸結または剛結された場合とする。これら4つの結合形式を結合点の変位の拘束条件の数により順次0次、1次、2次、3次の結合形式と呼ぶことにする。
d) ケーブルの塔上における支持形式は、塔に固定支持された場合と、塔の両側にあるケーブルが連続していて塔上で滑動支持された場合とを考へる。
e) ケーブルの張り方は全く任意な形状でよい。したがって、RADIAL-Type, HARP-Type, STAR-Typeも特別な場合である。

(2) 基本単位形式 斜張橋の種類は数知れぬ程存在するが、任意な形状の斜張橋も最も簡単な基本単位形式に分解することによりその弾性方程式が一般的な形で容易に求められることは文献²⁾で示した。解析上必要な基本単位形式の数は前述の構造形式b), c), d)を組合せて16種類存在す

表-1 基本単位形式

Bottom End to Tower		Hinged		Fixed	
Cable Support on Tower		Fixed	Sliding	Fixed	Sliding
Connected Order of Tower to Girder	0 (A-Type)				
	1st (A-Type)				
	2nd (B-Type)				
	3rd (B-Type)				

表-2 変形基本単位形式

	Fixed	Sliding
A'		
B'		

(3) 解析上の基本系 斜張橋を解析する際に主桁の構造に着目した基本系を考へる。即ち、主桁上で全ケーブルと塔を切断する。但し、A、 $\bar{A}$ -Type では塔を切断せずにそのまま取り除いた構造を考える。各塔に用いる基本単位形式によつて次の如き基本系が存在する。

- a) 全ての塔の形式がAおよび $\bar{A}$ -Typeであれば、基本系は主桁が有する塔とは無関係な支承とヒンジの数によつて、単純桁・連続桁・アーチあるいはゲルバー桁とする。
 b) $\bar{B}$ -Typeの塔では主桁の上縁で塔を切断し、塔の下部を主桁を支える方柱と考へる。
 c) B-Typeの塔でも塔を主桁の上縁で切断し、基本系は多径間連続ラーメンと考へる。
 d) 各形式の塔が混在する場合には、上記の各基本系を組合せたものを基本系とする。

(4) 解析上の仮定 解析上用いた仮定は次のとおりである。

- a) 斜張橋を平面構造物とみなし、解析は微小変位理論に基づく。
 b) ケーブルのサグによる影響と、変形によるケーブルの傾斜角の変化は無視する。
 c) 主桁と塔との軸力による伸縮および剪断力による変形は無視する。

3. 構造解析 本文で説明しない記号については、文献²⁾を参照されたい。

(1) 基礎方程式 基礎方程式は主桁とケーブルを切り離した第 t 塔に関して導くが、このとき主桁は前述の如き基本系を用いるものとする。

a) 変形様式 主桁と塔の格点 k と j が水平と鉛直方向にそれぞれ ΔU_k , ΔD_k 及び ΔL_j , ΔD_j 変位した場合の第 t 塔に関する変形状態を図-1, 2に示す。

図-1 A_1 -Typeの変形様式

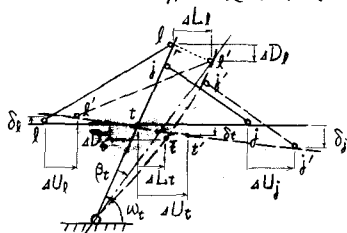
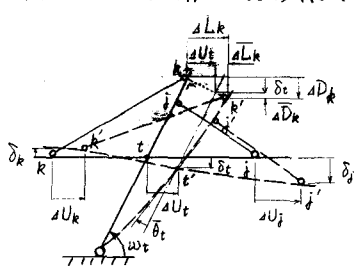


図-2 B_1 -Typeの変形様式



b) 塔の平衡方程式

① A_1, A_2 -Type:
$$\sum_{k=1}^m X_k h_k \sin(\omega_t - \alpha_k) = 0 \quad (1)$$

② $\bar{A}_1, \bar{A}_2$ -Type: $\bar{A}$ -Typeの斜張橋では主桁から塔を取り除いた基本系を考へるから、両者に不静定反力 $\bar{R}_t$ を点 t に作用させる。

$$\sum_{k=1}^m X_k h_k \sin(\omega_t - \alpha_k) + \bar{R}_t h_t \cos \omega_t = 0 \quad (2)$$

③ $B, \bar{B}$ -Type: $B, \bar{B}$ -Typeの塔では主桁との結合点 t に鉛直と水平方向の力 R_t, S_t とが作用する。 B -Typeではさらに曲げモーメント M_t も作用する。

$$\sum_{k=1}^m X_k \sin \alpha_k - R_t = 0 \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^m X_k \cos \alpha_k + S_t = 0 \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^m X_k \bar{h}_k \sin(\omega_t - \alpha_k) + M_t \sin \omega_t = 0 \quad (5)$$

c) 塔の変形 塔上のケーブル定着点 j の水平変位は単一化

された長さ $h_j \cos \omega_t$ ($B, \bar{B}$ -Typeでは $\bar{h}_j \cos \omega_t$)の塔を単純梁($A_1, A_2, \bar{A}_1, \bar{A}_2$ -Type)または片持梁($A_3, A_4, \bar{A}_3, \bar{A}_4, B, \bar{B}$ -Type)と考へたとき(図-3, 4参照)、部材重心軸に直角な方向に作用する単位集中荷重 $P_k = 1$ による撓み影響値 μ_{jk} を用いて次の各式のようになる。

① A -Type: $\Delta L_j = \beta_t h_j - \sin \omega_t \sum_{k=1}^m \mu_{jk} X_k \sin(\omega_t - \alpha_k) \quad (j = 1, \dots, m; t) \quad (6)$

② $\bar{A}$ -Type: $\Delta L_j = \beta_t h_j - \sin \omega_t \sum_{k=1}^m \mu_{jk} X_k \sin(\omega_t - \alpha_k) - \mu_{jt} \bar{R}_t \sin \omega_t \cos \omega_t \quad (j = 1, \dots, m; t) \quad (7)$

図-3 $\bar{A}_1$ -Typeの塔

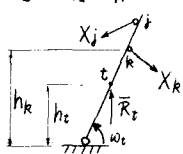
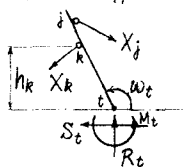


図-4 B -Typeの塔



たゞし, A_3, A_4 -Type 及び $\bar{A}_3, \bar{A}_4$ -Type では, 式(6)または式(7)の右辺第1項を省く。

$$\textcircled{3} B, \bar{B}\text{-Type}: \Delta L_j = \Delta L_t + \bar{\theta}_t \bar{h}_j - \sin \omega t \sum_{k=1}^m \mu_{jk} X_k \sin(\omega t - \alpha_k) \quad (j=l, \dots, m) \quad (8)$$

ここに, $\bar{\theta}_t$ は基本系において点 t における主桁直下の塔の撓み角を表わす。たゞし, B' -Type では点 t の主桁の撓み角を用いねばよい。次に, 点 j の鉛直変位 ΔD_j は下向きを正として近似的に式(9)により表わされるが, $B, \bar{B}$ -Type では $\Delta D_j, \Delta L_j$ の代りに $\Delta \bar{D}_j, \Delta \bar{L}_j$ を用いる。

$$\Delta D_j = \Delta L_j \cot \omega t \quad (j=l, \dots, m) \quad (9)$$

d) 主桁の変形 主桁の第 k 点における撓み, 撓み角および水平変位は

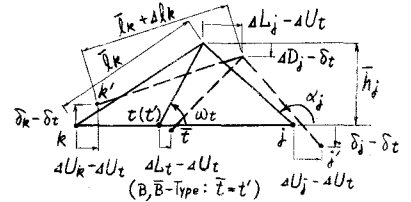
$$\delta_k = \delta_{k0} - \sum_{i=1}^n \{ \zeta_{ki} \sin \alpha_i + (e_i \zeta_{ki} - \zeta_{ki}) \cos \alpha_i \} X_i + \sum_{j=1}^m \zeta_{kj} \bar{R}_j + \sum_{p=1}^s \{ \zeta_{kp} R_p + \zeta_{kp} S_p \} + \sum_{p=1}^s \zeta_{kp} M_p \quad (10)$$

$$\theta_k = \theta_{k0} - \sum_{i=1}^n \{ \phi_{ki} \sin \alpha_i + (e_i \phi_{ki} - \phi_{ki}) \cos \alpha_i \} X_i + \sum_{j=1}^m \phi_{kj} \bar{R}_j + \sum_{p=1}^s \{ \phi_{kp} R_p + \phi_{kp} S_p \} + \sum_{p=1}^s \psi_{kp} M_p \quad (11)$$

$$\Delta U_k = u_{k0} - \sum_{i=1}^n \{ v_{ki} \sin \alpha_i + (e_i v_{ki} - u_{ki}) \cos \alpha_i \} X_i + \sum_{j=1}^m v_{kj} \bar{R}_j + \sum_{p=1}^s \{ v_{kp} R_p + u_{kp} S_p \} + \sum_{p=1}^s w_{kp} M_p \quad (12)$$

上式中, u_{k0}, v_{ki}, w_{ki} は外力荷重, 単位鉛直集中荷重, 時計方向の単位曲げモーメントによる主桁の水平変位を, $\zeta_{ki}, \phi_{ki}, u_{ki}$ は右向き単位水平集中荷重による主桁のたわみ, たわみ角, 水平変位を表わす。また, t, s, S は斜張橋 図-5 節点変位の相互関係の有する $\bar{A}, B$ および B と $\bar{B}$ -Type の塔の数を表わす。

e) 幾何学的条件式 図-1, 2 を参照して変形後の各部材の相互関係を図示すると, 図-5 のようになる。



まず, ケーブルの伸びは

$$\Delta l_i = (\bar{l}_i / E_i A_i) \sum X_i = f_i X_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (13)$$

$$\textcircled{1} \text{ 固定支持: } \Delta l_j = (\delta_j - \Delta D_j) \sin \alpha_j + (\Delta L_j - \Delta U_j) \cos \alpha_j \quad (j=k) \quad (14)$$

$$\textcircled{2} \text{ 滑動支持: } \Delta l_j + \Delta l_k = (\delta_j - \Delta D_j) \sin \alpha_j + (\delta_k - \Delta D_k) \sin \alpha_k + (\Delta L_j - \Delta U_j) \cos \alpha_j + (\Delta L_k - \Delta U_k) \cos \alpha_k \quad (15)$$

$$\text{さらにケーブルの連続性により} \quad X_j = X_k \quad (16)$$

$$\bar{A}\text{-Type では式(14), (15)とは独立に} \quad \delta_t = \Delta D_t \quad (t=1, 2, \dots, t') \quad (17)$$

(2) 弾性方程式 斜張橋の弾性方程式の次数は, ケーブルに関して式(14)と(15)の数に等しいが, 特に第 t 塔が $A_{1,2}$ -Type の場合には式(1)を, $\bar{A}_{1,2}$ -Type では式(2)と(17)を, $\bar{A}_{3,4}$ -Type では式(17)を加えて連立させる。しかるで, 弾性方程式の不静定量は $V_j, \beta_t, \bar{R}_t$ となる。式を簡潔に表現するために, 次のような記号を用いる。

$A, \bar{A}, B, \bar{B}$ -Type	$A, \bar{A}$ -Type	$B, \bar{B}$ -Type
$L_t = h_t \cot \omega t$	$L_j = h_j (\cot \alpha_j - \cot \omega t)$	$\bar{L}_j = \bar{h}_j (\cot \alpha_j - \cot \omega t)$
$H_{jk} = \mu_{jk} \sin \omega t (\cot \alpha_j - \cot \omega t) (\cot \alpha_k - \cot \omega t)$	$D_{j0} = \delta_{j0} - u_{j0} \cot \alpha_j$	$D_{j0} = \delta_{j0} - u_{j0} \cot \omega t + \bar{L}_j \bar{\theta}_{t0}$
$\bar{H}_{jt} = \mu_{jt} \sin \omega t \cos \omega t (\cot \alpha_j - \cot \omega t)$	$U_{jp} = \zeta_{jp} - u_{jp} \cot \alpha_j$	$U_{jp} = \zeta_{jp} - u_{jp} \cot \omega t + \bar{L}_j \bar{\phi}_{tp}$
$\bar{H}_{tk} = \mu_{tk} \sin \omega t \cos \omega t (\cot \alpha_k - \cot \omega t)$	$V_{jp} = \zeta_{jp} - v_{jp} \cot \alpha_j$	$V_{jp} = \zeta_{jp} - v_{jp} \cot \omega t + \bar{L}_j \bar{\phi}_{tp}$
$H_{tt} = \mu_{tt} \cos^2 \omega t$	$W_{jp} = \zeta_{jp} - w_{jp} \cot \alpha_j$	$W_{jp} = \zeta_{jp} - w_{jp} \cot \omega t + \bar{L}_j \bar{\psi}_{tp}$
$Y_{ji} = \zeta_{ji} + (e_i \zeta_{ji} - \zeta_{ji}) \cot \alpha_i \quad (j=l, \dots, m; i)$	$X_{ji} = \{ v_{ji} + (e_i w_{ji} - u_{ji}) \cot \alpha_i \} \cot \alpha_j$	$X_{jp} = \{ v_{ji} + (e_i w_{ji} - u_{ji}) \cot \alpha_i \} \cot \omega t - \bar{L}_j \bar{Z}_{ti}$
$F_j = f_j / \sin^2 \alpha_j$		$Z_{ti} = \bar{\phi}_{ti} + (e_i \bar{\phi}_{ti} - \bar{\phi}_{ti}) \cot \alpha_i$

弾性方程式は第 j ケーブルに対して式(18)が, $A, \bar{A}$ -Type の第 t 塔に対して式(19)と(20)が成立する。各影響値に bar を付けた記号 $\bar{\phi}_{ti}$ etc. は基本系における塔の格点 t の値である。

$$F_j V_j + \sum_{i=1}^n (Y_{ji} - X_{ji}) V_i + \sum_{k=1}^m H_{jk} V_k - \sum_{j=1}^m V_{j0} \bar{R}_j - \sum_{p=1}^s (U_{jp} S_p + V_{jp} R_p) - \sum_{p=1}^s W_{jp} M_p - \bar{L}_j \beta_t + \bar{H}_{jt} \bar{R}_t = D_{j0} \quad (j=l, \dots, m) \quad (18)$$

$$\sum_{k=1}^m L_k V_k + \bar{L}_t \bar{R}_t = 0 \quad (t: A_{1,2}; A_{1,2}) \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^n Y_{ti} V_i - \sum_{k=1}^m \bar{H}_{tk} V_k - \sum_{j=1}^m \{ \zeta_{tp} \bar{R}_j - \sum_{p=1}^s (\zeta_{tp} S_p + \zeta_{tp} R_p) - \sum_{p=1}^s \zeta_{tp} M_p + L_t \beta_t - H_{tt} \bar{R}_t = \delta_{t0} \quad (t: \bar{A}\text{-Type}) \quad (20)$$

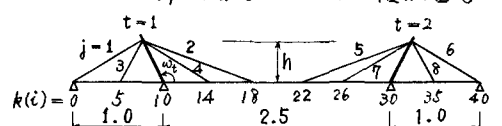
注. 式(18), (20)に含まれる R_p, S_p, M_p は式(3), (4), (5)により V_j に置き換えられる。

- ① A_1 -Type : 式(18)と(19)において $\bar{R}_t$ を含む項を省略した式を連立させる。
- ② A_3 -Type : 式(18)において β_t と $\bar{R}_t$ を含む項を省略した $(m-l+1)$ 本の式を連立させる。
- ③ $\bar{A}_1$ -Type : 式(18), (19), (20)を連立させる。
- ④ $\bar{A}_3$ -Type : 式(18)と(20)において β_t を含む項を省略した式を連立させる。
- ⑤ $B_{1,3}; \bar{B}_{1,3}$ -Type : 式(18)において β_t と $\bar{R}_t$ を含む項を省略した $(m-l+1)$ 本の式を連立させる。
- ⑥ $A_{2,4}; \bar{A}_{2,4}; B_{2,4}; \bar{B}_{2,4}$ -Type : ケーブルを滑動支持にした場合は文献²⁾と同じ計算方法による。

4. 数値計算 塔の傾斜角の変化による影響を調べる為以下に示す数値計算を行った。

(1) 計算例 斜張橋は2基の塔を有する対称形とし、その基本系は等断面の3径間連続桁で8本のケーブルにより支持した(図-6)。 図-6 部材番号と主桁の格点番号

基本単位形式は $A_{1,2}$ と $A_{3,4}$ -Type とし、ケーブルの張り方は RADIAL, HARP, STAR-Type の3形式とした。与えた無次元データは次の通りである。



$$E_o I_o / E_t I_t = 10, \quad E_o I_o / \lambda_o^2 E_t A_t = 10^{-4}, \quad 3 \times 10^5, \quad e_t = 0, \quad h / l_o = 0.1, \quad \omega_t = 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 105^\circ, 120^\circ$$

(2) 計算結果の考察 約100形式の斜張橋について算出した値に対し、以下考察する。

- ① 主桁の曲げモーメント・撓み: RADIAL-Type では塔の傾斜角を変化させると端径間と第4ケーブル支持点($k=14$)附近にその影響が現われる。端径間では最大・最小曲げモーメントは外側に傾けた場合減少し、中央径間では逆に増大する。例えば、塔を傾斜させることによりかなりの応力調整が可能となる。全ケーブルを固定支持にした場合には中央径間における応力の増加量より端径間での減少量の方が大きいので塔を外側に傾ける方が有利となるが、ケーブルを滑動支持にすると増加量と減少量はほぼ等しくなるので全体的な応力の減少は望めない。全載等分布荷重に対してはケーブルを滑動支持にすると傾斜角の影響が現われ外側に傾けた場合端径間で負のモーメントが増大し、中央径間では全径間にわたって応力が著しく減少する。撓みに関してもほぼ同じ傾向を示すが影響はわずかである。HARP-Type では傾斜角の変化による影響は少なく、その傾向はRADIAL-Type と同じである。STAR-Type では塔を傾斜させても殆んどその影響は認められない。
- ② 塔基部の曲げモーメント: $A_{1,2}$ -Type では塔基部に曲げモーメントは起きないが、 $A_{3,4}$ -Type では塔を外側に傾けるとかなり減少する。内側に傾けた場合には概して不利になる。
- ③ 主桁の軸力: ケーブルの張り方および支持形式に関係なく塔を外側に傾斜させると主桁の軸力は全径間にわたって20~30%程度減少し、内側に傾けると逆に増大する。
- ④ 塔基部の軸力: 塔を内側に傾けた場合のみ影響が現われて軸力はかなり増大する。

5. 結び 塔の傾斜角度は美観的な立場から決定されるであろうが、静力学的には全ケーブルを固定支持にしたRADIAL-Typeでは塔を少し外側に傾けると有利になると言える。

数値計算には、阪大・京大大型計算機センターのNEAC 2200とFACOM 230を使用した。

参考文献 1) 長谷川・成岡: 還元法による斜張橋の解析, 土木学会誌, Vol. 53, No. 5
2) 前田・林: 任意な形状の斜張橋の解析, 土木学会論文集, 第160号
3) Arpád Tesár: Das Projekt der neuen Straßenbrücke über die Donau in Bratislava, Bauingenieur