

長大吊橋補剛トラスのねじりに関する静力学的研究

大阪大学工学部 正員 小松定夫

建設省近畿地建 正員 相良正次

大阪大学工学部 正員 西村宜男

1. まえがき 本州四国連絡橋をはじめとして長大吊橋の補剛構造としては耐風安定性の見地からトラス形式が採用されるのが一般的である。吊橋の複雑な振動現象を解析する際等では補剛トラスを立体トラスとして解析するよりも、連続体力学における換算ねじり剛性や曲げねじり剛性を用いると便利である。従来はせん断説理論に基づく Bleich や Stüssi の理論が用いられてきたが、これらの理論では立体トラスの特性として曲げねじり剛性に対する対傾構の変形の影響が充分に把握されていない。本研究では吊橋補剛トラスのねじり特性を換算ねじり剛性 EJ 、換算曲げねじり剛性 EC_w でかなり正確に表現できるように薄肉構造理論と対比させながら解析を行なった。なお Fig. 1 に示すような準箱型トラスを対象として取扱うが、このタイプのトラスは本州四国連絡橋 明石-鳴門ルート、中央径間 1500m 吊橋で採用される予定のものである。

2. 基礎的概念 薄肉ばりのねじりでは薄板面内にせん断応力とその軸方向変化による垂直応力が生じる。トラスの場合これらの応力に相当するものとして各部材に部材力が生じる。単純ねじりの際には薄肉ばりにせん断応力しか生じないのに対してトラスでは斜材のみならず弦材にも部材力を生ずる。また曲げねじりの際にはトラスには上下弦材斜材のみならず鉛直材にも部材力を生ずるが、これに反して薄肉ばりの曲げねじりでは橋軸方向に垂直方向の垂直応力を生じない。ところでトラスのねじり変形を解析する際に直接トラスの部材力を求めないでパネル間伝達力を薄肉ばりの場合のせん断応力や垂直応力に匹敵するものとして用いる。パネル間伝達力とは Fig. 1 に示す連続する補剛トラスから Fig. 2 に示す 1 パネルを取出したとき隣接パネルの斜材弦材横構斜材から伝達するせん断力及び軸方向力である。パネル間伝達力と薄肉ばりの応力の間に次のような相似性がある。

- 1) トラスのねじりモーメントはパネル間伝達力による断面内トルクの和で与えられる。

$$\text{Fig. 2 では } T = Y_r b + 2 X_r h$$

- 2) 単純ねじりの場合はパネル間伝達せん断力のみで軸方向力は働かない。

- 3) 曲げねじりモーメントは $M_w = N_r b h$

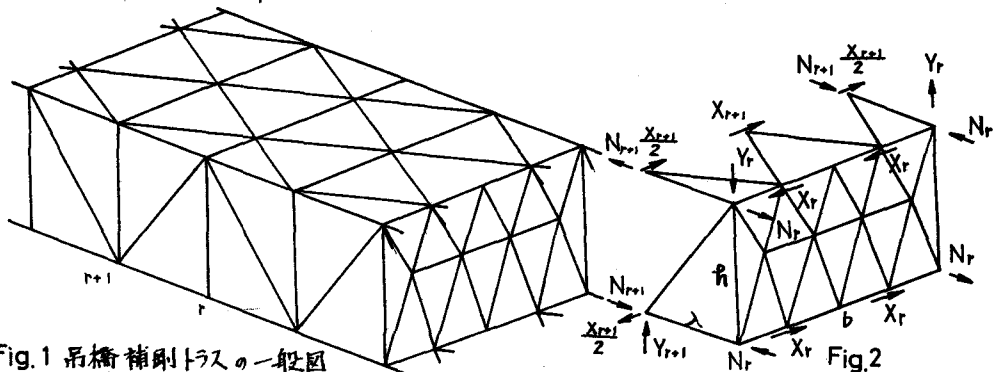


Fig. 1 吊橋補剛トラスの一般図

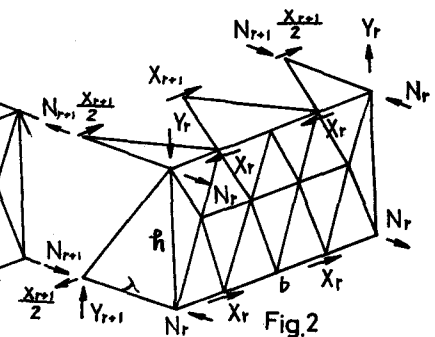


Fig. 2

3. パネル間伝達力 Fig. 2に示すようにトラスの橋点r断面にパネル間伝達力 X_r , Y_r 及び N_r が作用しているとき橋点r+1断面でのパネル間伝達力は以下の誘導によって与えられる。

主構の釣合より $(N_{r+1} - N_r + S_r \cos \alpha)h = (Y_r - y_{1r} - y_{2r})\lambda$ (1)

横構の釣合より $S_r \sin \alpha = \frac{X_{r+1}}{2}$ (2)

対傾構の釣合より $(y_{1r} + y_{2r})b + 2(X_r - X_{r+1})h = 0$ (3)

ここに h : トラス高 b : トラス幅 λ : パネル長 S_r : 横構斜材の部材力

(1)~(3)式より

$$X_{r+1} = \frac{bY_r}{4h} + \frac{X_r}{2} - \frac{b}{4\lambda}(N_{r+1} - N_r) \quad (4)$$

$$Y_{r+1} = \frac{Y_r}{2} + \frac{hX_r}{b} + \frac{h}{2\lambda}(N_{r+1} - N_r) \quad (5)$$

$$y_{1r} + y_{2r} = \frac{Y_r}{2} - \frac{hX_r}{b} - \frac{h}{2\lambda}(N_{r+1} - N_r) \quad (6)$$

なお端パネルr=0では $X_0 = 0$, $Y_0 = P$, $N_0 = 0$

例として Fig. 3に示す片持トラスのパネル間伝達力を表1に示す。

表1 片持トラスのパネル間伝達力

断面	X	Y	N
0	0	P	0
1	$\frac{bP}{4h} - \frac{bN_1}{4\lambda}$	$\frac{P}{2} + \frac{hN_1}{2\lambda}$	N_1
2	$\frac{bP}{4h} - \frac{b(N_2 - N_1)}{4\lambda}$	$\frac{P}{2} + \frac{h(N_2 - N_1)}{2\lambda}$	N_2
3	$\frac{bP}{4h} - \frac{b(N_3 - N_2)}{4\lambda}$	$\frac{P}{2} + \frac{h(N_3 - N_2)}{2\lambda}$	N_3
4	$\frac{bP}{4h} - \frac{b(N_4 - N_3)}{4\lambda}$	$\frac{P}{2} + \frac{h(N_4 - N_3)}{2\lambda}$	N_4
r	$\frac{bP}{4h} - \frac{b(N_r - N_{r-1})}{4\lambda}$	$\frac{P}{2} + \frac{h(N_r - N_{r-1})}{2\lambda}$	N_r

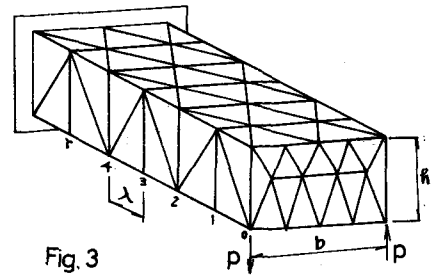


Fig. 3

一般にパネル間伝達力と断面モーメントの間には次の関係がある。

$$X_r = \frac{T}{4h} - \frac{M_{w,r+1} - M_{w,r}}{4\lambda h} \quad (7)$$

$$Y_r = \frac{T}{2b} + \frac{M_{w,r+1} - M_{w,r}}{4\lambda b} \quad (8)$$

$$N_r = \frac{M_{w,r}}{bh} \quad (9)$$

4. 単純ねじりの部材力とねじり剛性

単純ねじりの場合にはパネル間伝達軸方向力 $N_r = 0$ 。従って $X_r = \frac{T}{4h}$, $Y_r = \frac{T}{2b}$

部材力は 主構斜材 $S_d = \frac{T\lambda d}{2h b}$ 主構弦材 $S_c = \frac{T\lambda}{2h b}$

横構斜材 $S_r = \frac{T d}{2\lambda b}$

ここに d はそれぞれ主構斜材、横構斜材長であり、主構弦材は上下弦材のどちらか一方だけに部材力が作用する。

ねじり剛性 GJ は Fig. 4に示す準箱型トラスの1パネルの変形を考へて次式で与えられる。

$$GJ = \frac{b\lambda}{2A_f} \quad (10)$$

$$A_f = \frac{1}{E A_b} \frac{d_b^3}{4h^2} + \frac{1}{E A_c} \frac{\lambda^3}{4h^2} + \frac{1}{E A_r} \frac{d^3}{h^2}$$

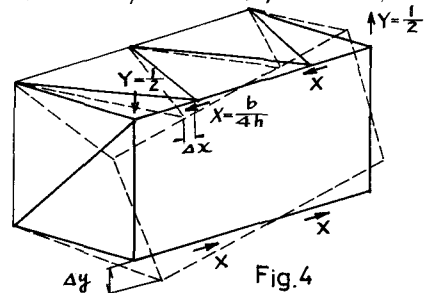


Fig. 4

たゞし端パネルでは端パネルにも部材力が作用する。ねじり剛性 $G_s J$ は

$$G_s J = \frac{b^2 \lambda}{2 A_f} \quad \Delta_f = \frac{1}{2} \sum \frac{S_i^2}{E A_i} \lambda_i$$

5. 曲げねじり剛性

薄肉ばりのねじりに関する基礎方程式は

$$G_s J \varphi' - E_s C_w \varphi'' = T \quad (11)$$

境界条件 $\varphi(0) = 0, \quad \varphi(l) = 0, \quad \varphi'(l) = 0$ のもとで(11)式の解は

$$\varphi(x) = \frac{T}{G_s J \alpha} (\alpha x - \tanh \alpha x) \quad \text{ただし} \quad \alpha^2 = \frac{G_s J}{E_s C_w}$$

Fig.5に示すようなトラスの単一パネルを考えると点aの固定点Cに対するたわみは

$$\delta_a = \frac{b}{2} \varphi(\lambda) = \frac{T b}{2 G_s J} (\alpha \lambda - \tanh \alpha \lambda) \quad (12)$$

次に Fig.5の自由端にパネル間位置力 X, Y が作用したとき a 点のたわみを立休トラスとして解いて求める。

$$\delta_a = \frac{1}{2} \sum \frac{S_i^2 \lambda_i}{E A_i} Y + \frac{1}{2} \sum \frac{S_i^* \lambda_i}{E A_i} X \quad (13)$$

ここに S_i は $Y=1$ が作用したときの部材力

S_i^* は $X=1$ が作用したときの部材力

なお、パネル間位置力は中間パネルでは $X = \frac{bP}{4\lambda}, Y = \frac{P}{2}$
端パネルでは $X=0, Y=P$ と考える。

(12), (13)式より α 値を求めるとトラスの曲げねじり剛性は $E_s C_w = \frac{1}{\alpha^2} G_s J$ であらわれる。

6. 数値計算

部材の断面積比 $A_D/A_C = 0.37, A_D/A_T = 1.32$ トラスの幅・パネル長さ比 $b/\lambda = 3.6$ とした場合の無次元化

したトラスのねじり剛性 $G_s J/\lambda^2 E A_D$ と b/λ の関係を Fig.6 に、又そのときの部材力を Fig.7 に示す。

更に右に示す対傾構部材の断面積比の場合の曲げねじり剛性を Fig.8 に示す。

Fig.6 ねじり剛性

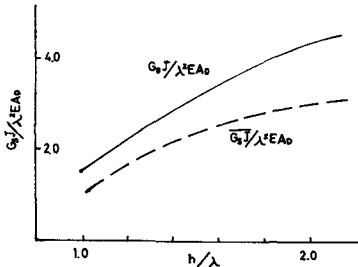


Fig.7 単純ねじり部材力

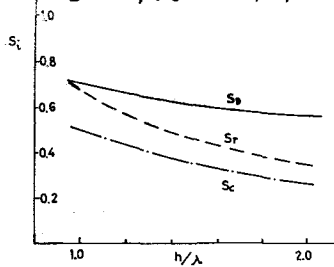
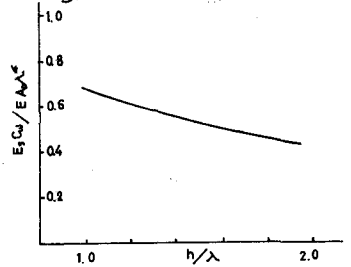


Fig.8 曲げねじり剛性



垂直材 $A_D/A_V = 1.32$

対傾構

弦材 $A_D/A_{SC} = 1.18$

斜材 $A_D/A_{SD} = 1.62$

水平材 $A_D/A_H = 1.78$

7. 模型実験 写真に示すようなbパネルトラスを用いてねじり実験を行なった。対象は本州四国連絡橋の150cm吊橋の補剛トラスで縮尺は1/20。模型諸元を表2に示す。B Typeについての鉛直曲げ及び単純ねじりの変形量(たわみ又はねじり角)と部材力の実験値及び理論値をFig.9～Fig.12に示す。なお模型に使用したアルミ材の弾性係数は引張試験の結果より $7.0 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ とした。

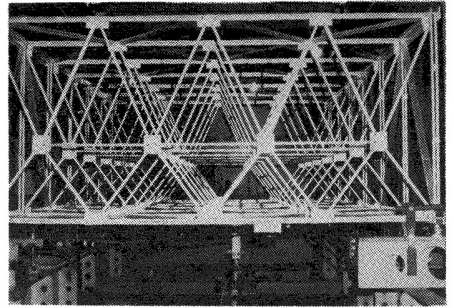


表2 模型諸元

諸元	TYPE A	B	C	諸元	TYPE A	B	C
スパン l	300 cm	300 cm	300 cm	主縦斜材長 l_{dp} (断面積 A_{dp})	78.1 cm (1.07 cm ²)	86.0 cm (1.07 cm ²)	94.3 cm (1.07 cm ²)
幅員 b	180 cm	180 cm	180 cm	垂直材長 l_v (断面積 A_v)	60 cm (0.81 cm ²)	70 cm (0.81 cm ²)	80 cm (0.81 cm ²)
パネル長 a	50 cm	50 cm	50 cm	横縦斜材長 l_{dr} (断面積 A_r)	67.3 cm (0.81 cm ²)	67.3 cm (0.81 cm ²)	67.3 cm (0.81 cm ²)
トラス高 h	60 cm	70 cm	80 cm	対角横斜材長 l_{dc} (断面積 A_{dc})	45 cm (0.91 cm ²)	45 cm (0.91 cm ²)	45 cm (0.91 cm ²)
水平材位置 h_1	30 cm	40 cm	50 cm	対角横斜材長 l_{sp} (断面積 A_{sp})	37.5 cm (0.66 cm ²)	45.9 cm (0.66 cm ²)	54.8 cm (0.66 cm ²)
主縦斜材長 l_c (断面積 A_c)	50 cm (2.88 cm ²)	50 cm (2.88 cm ²)	50 cm (2.88 cm ²)	対角横水平材長 l_m (断面積 A_m)	45 cm (0.60 cm ²)	45 cm (0.60 cm ²)	45 cm (0.60 cm ²)

Fig.9 B Type の鉛直曲げたわみ

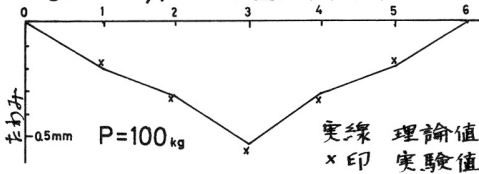


Fig.11 B Type 単純ねじり ねじり角

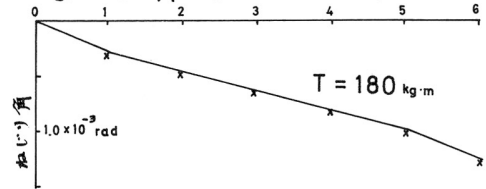


Fig.10 B Type の鉛直曲げ部材力

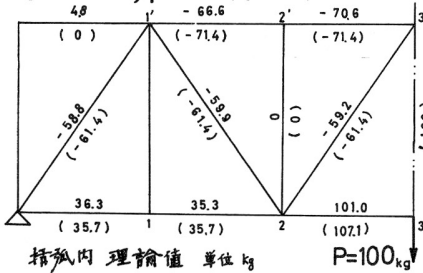
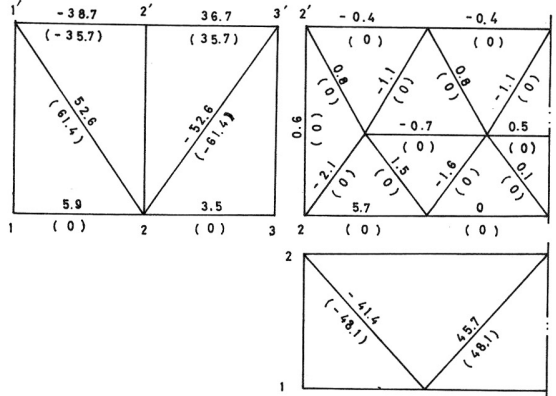


Fig.12

B Type 単純ねじり部材力
格弧内理論値 単位 kg
T = 180 kg·m



8. あとがき 曲げねじりの実験値と理論値の比較等は講演会当日に発表する。以上のトラスのねじり解析を吊橋に適用する方法や問題点については次の機会に申し上げる。