橋梁断面に作用する動的空気力特性について

大阪大学工学部　正　員　小松定夫
〃　　　〃　○小林紘士
〃　　学生員　中山隆弘

1．はしがき

橋梁の風による動的破壊の原因と考えられるものとしては (1)発散振動による破壊 (2)有限振動による破壊 (3)不規則強制振動による破壊がある。そのうち (1) に対しては曲げねじりフラッターが考えられる。これについては動的空気力を変位，速度の線型関数として，実験データーから空気力係数を求める試みがなされている。また (3) に関しては定常確率過程の問題としてその振動性状が処理されているようである。 (2) に関しては空力弾性的応答問題としてこれを取扱わなければならない。実際の橋梁に生ずる有限振動の振幅を求め，はたしてその振幅が橋梁に破壊を招くようなものであるかということから振動に対する安全性を考えるわけであるが，曲げねじりフラッターの場合に考えられているような線型空気力のみではその振幅を求めることはできない。筆者らは有限振動の振幅を有限ならしめているのは非線型空気力であると考えている。非線型空気力を導入することによって有限振動の振幅を推定することが可能になってくる。

この報告では，そのような考えに従って，橋梁断面に非線型空気力が作用するものとして空力弾性的応答問題を扱っていこうと試みたものである。

2、非線型空気力

ここで取扱う振動はストールフラッターやギャロッピングなどのような1自由度の振動である。

ξ を回転あるいは鉛直変位を表わす一般座標とし，振動系

$$S\xi = \ddot{\xi} + 2h\omega\dot{\xi} + \omega^2\xi \tag{1}$$

に作用する非線型空気力を次のように仮定する．

$$\begin{aligned} Q_a = A\xi = \; & a_1\xi + a_2\xi|\xi| + a_3\xi^3 + \cdots \\ & + b_1\dot{\xi} + b_2\dot{\xi}|\dot{\xi}| + b_3\dot{\xi}^3 + \cdots \end{aligned} \tag{2}$$

個々の模型に関する風洞実験によって得られた加速度の実測値 $\ddot{\xi}_e$ を用い，ディジタルコンピーターにより $S\xi_e$，$A\xi_e$ を計算し

$$\frac{\partial}{\partial c}\int_0^T [(S-A)\xi_e]^2 dt = 0 \qquad (c = a_1, a_2, \cdots b_1, b_2, \cdots) \tag{3}$$

なる連立1次方程式を解けば非線型空気力係数 $a_1, a_2, \cdots\ b_1, b_2, \cdots$ を求めることができる。

一方，非線型方程式

$$\begin{aligned} \ddot{\xi} + 2h\omega\dot{\xi} + \omega^2\xi = \; & a_1\xi + a_2\xi|\xi| + a_3\xi^3 + \cdots \\ & + b_1\dot{\xi} + b_2\dot{\xi}|\dot{\xi}| + b_3\dot{\xi}^3 + \cdots \end{aligned} \tag{4}$$

の解は，自由振動数 ω，風速 U をパラメーターとして

$$\xi = f(a_1, a_2, \cdots; b_1, b_2, \cdots; \omega\ U) \tag{5}$$

と表わされる。したがって実験値より求めた空気力係数から $a_1, a_2, \cdots, b_1, b_2 \cdots$ および ω, υ を用いて有限振動の振幅を (5) 式から解析的に求めることができる。

(2)式の非線型空気力の項の組合せを適当に選ぶことによって，実測データーから得られた空気力係数を非線型方程式の解に用いて，実際の現象を解析的にうまく表現し得る。

3、非線型方程式の解および空気力係数

簡単として，非線型空気力の項の組合せを $Q_a = a_1 g + b_1 \dot{g} + b_2 \dot{g}|\dot{g}|$ と仮定した場合について考えてみる。

まず方程式を無次元化するため $\omega t \to t$, $g/\ell \to \eta$ として (4) 式をかきかえると

$$\ddot{\eta} + 2h\dot{\eta} + \eta = a_1^*\eta + b_1^*\dot{\eta} + b_2^*\dot{\eta}|\dot{\eta}| \tag{6}$$

これは Kryloff and Bogoliuboff の近似法により容易に近似解

$$\eta = A^* \sin\psi \tag{7}$$

ここに

$$\begin{cases} \dfrac{dA^*}{dt} = \dfrac{1}{2\pi}\left\{\dfrac{8}{3}b_2^* A^{*2} + (b_1^* - 2h)\pi A^*\right\} \\[2ex] \dfrac{d\psi}{dt} = 1 - \dfrac{a_1^*}{2} \end{cases}$$

を得る。有限振動の場合，振幅が一定となる条件，すなわち

$$\frac{dA^*}{dt} = \frac{1}{2\pi}\left\{\frac{8}{3}b_2^* A^{*2} + (b_1^* - 2h)\pi A^*\right\} = 0 \tag{8}$$

を用いて，定常振幅 A_s^* を次のように，空気力係数 b_1^*, b_2^* で表わすことができる。

$$A_s^* = \frac{3\pi(2h - b_1^*)}{8b_2^*} \tag{9}$$

次に実際に空気力係数を求めるには，(6) 式を (2) 式に適用して得られた式

$$\begin{vmatrix} \int\eta^2 dt & \int\eta\dot{\eta}\,dt & \int\eta\dot{\eta}|\dot{\eta}|\,dt \\ \int\eta\dot{\eta}\,dt & \int\dot{\eta}^2 dt & \int\dot{\eta}^2|\dot{\eta}|\,dt \\ \int\eta\dot{\eta}|\dot{\eta}|\,dt & \int\dot{\eta}^2|\dot{\eta}|\,dt & \int\dot{\eta}^4 dt \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} a_1^* \\ b_1^* \\ b_2^* \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \int\eta^2 dt + 2h\int\eta\dot{\eta}\,dt + \int\eta\ddot{\eta}\,dt \\ \int\eta\dot{\eta}\,dt + 2h\int\dot{\eta}^2 dt + \int\dot{\eta}\ddot{\eta}\,dt \\ \int\eta\dot{\eta}|\dot{\eta}|\,dt + 2h\int\dot{\eta}^2|\dot{\eta}|\,dt + \int\dot{\eta}\ddot{\eta}|\dot{\eta}|\,dt \end{vmatrix} \tag{10}$$

（但し積分範囲は $0 \sim T$ ）

にしたがい，模型の振動加速度の実測データーを用いて $\int\eta^2 dt$, $\int\eta\dot{\eta}\,dt$, $\cdots$ を計算し，a_1^*, b_1^*, b_2^* について解けばよいことになる。

なお，(2) 式で表わされる非線型空気力の項のうちさらに高次の項も採用し，いろいろな組合せの場合について上と同様に計算を行ない，良好な結果を見いだすことになるが，その結果については講演当日報告する予定である。