

吊橋の補剛桁に作用する空気力に関する実験的研究

京都大学工学部 正員 工博 小西一郎
 京都大学工学部 正員 工博 白石成人
 京都大学工学部 正員 工修 宇都宮英彦
 京都大学大学院 学生員 浅沼秀弥

まえがき

前回の報告に引きつづき 空気力測定における自由振動法に着目して 種々の断面の吊橋部分模型について空気力係数を求め これらと比較検討することによって吊橋の耐風安定性を論じる試みとあつた。

I 振動方程式と空気力係数

吊橋補剛桁に作用する空気力を鉛直変位 h の時間微分 $\dot{h}$ と回転変位 α 及びその時間微分 $\dot{\alpha}$ の一次結合で表わされると仮定した場合 図-1 に示すような振動系に対する振動方程式は次のようになる。

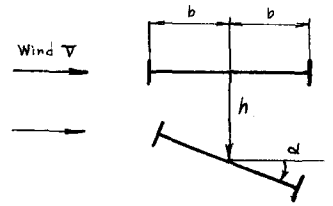


図-1

$$\ddot{h} + 2\zeta_{h0}\omega_{h0}\dot{h} + \omega_{h0}^2 h = H_1\dot{h} + H_2\dot{\alpha} + H_3\alpha = L/m$$

$$\ddot{\alpha} + 2\zeta_{\alpha0}\omega_{\alpha0}\dot{\alpha} + \omega_{\alpha0}^2 \alpha = A_1\dot{h} + A_2\dot{\alpha} + A_3\alpha = M/I_p$$

ここで

ω_{r0} : 非減衰固有振動数 ζ_{r0} : 臨界減衰比 ($r = h, \alpha$)

H_i, A_i : 空気力係数 m, I_p : 模型単位長当りの質量及び質量慣性モーメント

H_i, A_i はそれぞれ次のように決定できる。

$$H_1 = 2\zeta_{h0}\omega_{h0} - \frac{\sigma_h}{\pi}\omega_h$$

$$H_2 = \frac{1}{\omega} \left(\frac{\dot{\alpha}_0}{\dot{\alpha}_0} \right) \left[(\omega_{h0}^2 - \omega^2) \sin \theta + (2\zeta_{h0}\omega_{h0} - H_1) \omega \cos \theta \right]$$

$$H_3 = \left(\frac{\dot{\alpha}_0}{\dot{\alpha}_0} \right) \left[(\omega_{h0}^2 - \omega^2) \cos \theta - (2\zeta_{h0}\omega_{h0} - H_1) \omega \sin \theta \right]$$

$$A_1 = \frac{1}{\omega} \left(\frac{\dot{h}_0}{\dot{h}_0} \right) \left[(\omega^2 - \omega_{\alpha0}^2 + A_3) \sin \theta + (2\zeta_{\alpha0}\omega_{\alpha0} - A_2) \omega \cos \theta \right]$$

$$A_2 = 2\zeta_{\alpha0}\omega_{\alpha0} - \frac{\sigma_\alpha}{\pi}\omega_\alpha$$

$$A_3 = \omega_{\alpha0}^2 - \left\{ 1 + 4 \left(\frac{\sigma_\alpha}{\pi} \right)^2 \right\} \omega_\alpha^2$$

ここで

ω_r, ζ_r : 一自由度の場合の振動数及び対数減衰率 ($r = h, \alpha$)

ω : 二自由度の場合のフロッタ-振動数

$\dot{h}_0, \dot{\alpha}_0$: 二自由度フロッタ-時の鉛直及びねじれの定常振幅

θ : 二自由度フロッタ-時の鉛直振動とねじれ振動の位相差 $\theta = \tan^{-1} \frac{\omega^2 - \omega_{\alpha0}^2 + A_3}{(2\zeta_{\alpha0}\omega_{\alpha0} - A_2)\omega}$

空気力係数 H_i, A_i を無次元化できれば幾何学的に相似な、いかなる大きさの補剛桁に対しても同一の値をもって論ずることができるので、これを次のように無次元化する。

$$H_1^* = \frac{m}{\rho b^3 \omega} H_1$$

$$A_1^* = \frac{I_p}{\rho b^3 \omega} A_1$$

$$H_2^* = \frac{m}{\rho b^3 \omega} H_2$$

$$A_2^* = \frac{I_p}{\rho b^3 \omega} A_2$$

$$H_3^* = \frac{m}{\rho b^3 \omega} H_3$$

$$A_3^* = \frac{I_p}{\rho b^3 \omega} A_3$$

Zb : 幅員

ρ : 空気密度

II 実験的検討

(1) 空気力係数 H_1 の検討

H_1^* に関する実験結果を 図-2 に示す。これより次のことが明らかになる。

1. H_1^* はどのような補剛桁に対しても負値となり、 $V/b\omega$ の増加に対して直線的に減少する。
2. 床板以外の条件が同一の場合、スロット面積の大きいほど $|H_1^*|$ の値は小さくなる。特にプレート・ガーダー補剛桁においてこの傾向が著しく現われている。
3. トラス補剛桁の場合、いずれの床板形式であってもほぼ Theodorsen の平板翼理論にしたがって求めた H_1^* に近い値を示している。
4. フランジの有無が H_1^* の値に与える影響は非常に小さいとある。

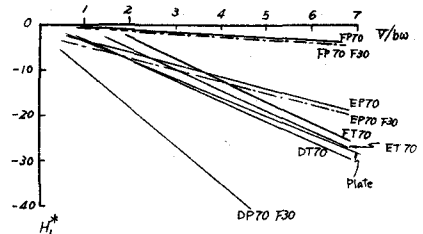


図-2 H_1^* plots vs $V/b\omega$

(2) 空気力係数 A_2 の検討

- A_2^* に関する実験結果を 図-3 に示すが、これより
1. プレート・ガーダー補剛形式の場合 $A_2^* > 0$ となり A_2^* の値が大きくなるほど不安定となる。
 2. 平板、トラス補剛形式の場合 $A_2^* < 0$ となり $|A_2^*|$ の値が大きくなるほど安定となる傾向を持つ。
 3. F型床板においては トラス補剛形式の場合に $A_2^* > 0$ となり (不安定)、プレート・ガーダー補剛形式の場合に $A_2^* < 0$ ($A_2^* \approx 0$) となる。
 4. π 型の床板位置のものより H 型のものより安定となるような A_2^* の値を示す。

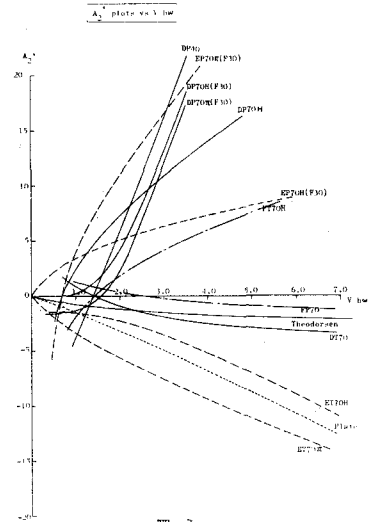


図-3

(3) 空気力係数 A_3 の検討

A_3^* に関する実験結果を 図-4 に示している。

これによると非常に不安定な型 (例えば EP 型) は $A_3^* < 0$ となり、安定な平板・トラス補剛桁では $A_3^* > 0$ であるが Theodorsen の平板理論により求めた A_3^* の値に近くなる。やや不安定な型 (例えば DP 型) では $A_3^* > 0$ であるが、Theodorsen の理論による

記号:

床板形式

D :	— —
E :	— —
F :	— —

補剛形式

T :	トラス型
P :	プレート・ガーダー型
P+F :	フランジ付きプレート・ガーダー型

値よりもかなり大きな値を示すようである。

(4) 連成項の空気力係数 A_1, H_2, H_3

トラス補剛桁、平板についてこれらの係数を求めたが、位相差 θ が小さくかつ支持用スプリングの影響などでバラツキが著しく良好な結果が得られなかった。 A_1^*, H_2^* は Theodorsen の理論による係数に近い値を示すようであるが、 H_3^* はかなり過大な値となった。

補剛桁の不安定現象はこれらの空気力係数のうち特に A_2 に敏感に影響され、 A_2^* のグラフからだけでもかなりその安定性を論ずることができる。

プレート・ガーダー補剛桁の場合は、ねじれ-自由度に近い矢速フラッター型の振動を成すので、 A_2, A_3 のグラフが求められている場合、次に示す判定条件から限界風速を決定できる。

$$[A_2]_{cr} = 2\zeta_{d0}\omega_0, \quad [A_3]_{cr} = \omega_{d0}^2 - \omega^2$$

この判定条件を用いて求めた限界風速 V_{cr} は 実際の限界風速 (ねじれ振幅が 10° に相当する場合の風速を限界風速と仮定した) によく合うことが実験において確かめられた。

III 模型の振動性状

風洞内で吊橋部分模型を自由振動させると、鉛直-自由度状態ではどの形式の模型も不安定振動を生じないが、ねじれ-自由度状態では、プレート・ガーダー補剛形式の模型が不安定振動を成す。プレート・ガーダー補剛桁では一般に二自由度不安定振動がねじれ-自由度のそれに近いものとなり、矢速フラッターの性格が非常に強い。一方、平板やトラス補剛桁ではねじれ-自由度状態では不安定振動を成さず、二自由度の状態ではじめて不安定振動を成すようになり、曲げねじりフラッターの性格が強い振動となる。

トラス補剛形式の模型は比較的高風速になるまで規則的な微小振動しか生じないが、ある風速を超えると一挙に破壊的な振動となる。プレート・ガーダー補剛形式の模型は低風速に於いて既に規則的な定常振幅の振動を示し、風速の増大にともなうでいかに振幅を増していく。又風速の低下に際しては明瞭な履歴現象を示すようである。これらのよすを図-5に示している。このため、プレート・ガーダー補剛桁に対して外力としての空気力を線型系と仮定することはやや無理があるように思われる。

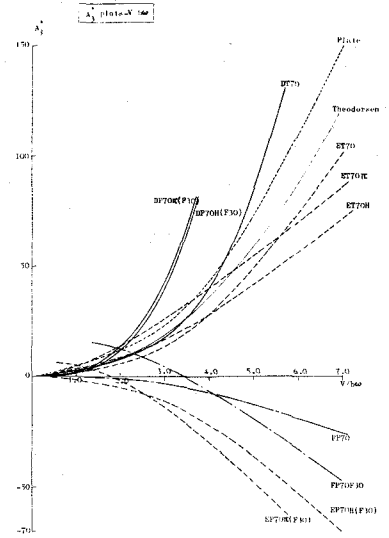


図-4

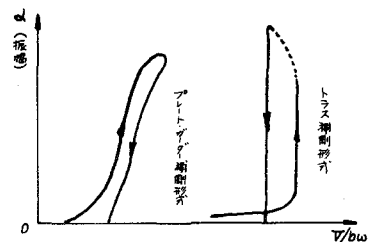


図-5

あとがき

以上にのべたことをまとめると次のことが言える

- (1) トラス型補剛桁の場合は空気力係数が Thoodorsen の平板翼理論にしたがって求められる係数とかなり近い値を示すので、これを平板に準じて論ずることは大きな誤りとはならないであろうと考えられる。ただし、F型の床板形式のものは平板とは全く異なる空気力係数を示し、むしろプレートガーダー補剛桁形式のものに近くなるので注意せねばならない。
- (2) プレートガーダー型補剛桁の場合は 前述のように振幅が T/bw の変化に対して明瞭な履歴現象を示す。これは外力としての空気力を $\dot{h}$, $\ddot{h}$, $\dot{\alpha}$ ばかりでなく、振幅及び時間とも変数として取り入れた非線型関数として取扱う必要性を示していると考えられる。
- (3) スロットが床板中央に一本入ったE型床板は、耐風安定性とかなり良くするようである。しかし、スロットが三本のF型床板ではFT型補剛桁にみられるように急激に耐風安定性が悪くなる場合があるから十分に注意しなければならない。

今後はトラス型補剛桁の限界風速を空気力係数を用いて理論的に善く試みをした」と思っている。

参考文献

- (1) 第23回「年次学術講演会、講演概要」第I部門 I-89
- (2) A. Sabzevari & R.H. Scanlan "Aerodynamic Instability of Suspension Bridges"
Journal of Engineering Mechanics Division, Proc. ASCE April 1968
- (3) R.H. Scanlan & A. Sabzevari "Suspension Bridge Flutter Revised"
ASCE Structural Engineering Conference May 8-12 1967