

走行荷重による円形曲り梁の動的応答について

京都大学工学部 正員 後藤尚男

京都大学工学部 正員 龜田弘行

日立造船 KK 正員 ○南條正洋

1. まえがき

従来から直線橋の振動性状については走行荷重の動的効果を考慮した解析が行なわれているが、¹⁾ 曲線橋では荷重を移動する力として解析したもの²⁾はあるが、荷重のバネ・質量の効果を考慮した研究は少ないようである。ここでは、表面に不規則な路面凹凸を有する円形曲り梁を対象とし、質量・バネ・ダッシュポットで表示される1自由度の自動車モデルが定速で走行する際の梁の動的応答について考察した。

2. 解析方法

図1のように曲げゆじり効果を無視できる細長い中実の、矩形断面を有した円形曲り梁に鉛直方向の分布外力 $f(s, t)$ が作用したときの面外強制振動の微分方程式は次式で与えられる。

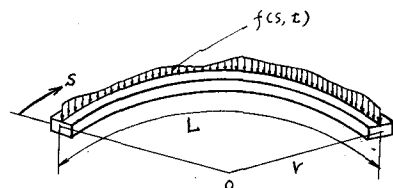


図1 円形曲り梁

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^4 w}{\partial s^4} - \frac{\mu}{r} \frac{\partial^3 w}{\partial s^3} + \frac{1+\mu}{r} \frac{\partial^2 \beta}{\partial s^2} + \frac{\rho}{EI} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{1}{EI} f(s, t) \\ (1+\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} - r\mu \frac{\partial^2 \beta}{\partial s^2} + \frac{1}{r} \beta + \frac{\rho r a^2}{EI} \frac{\partial^2 \beta}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 w : 梁の鉛直方向たわみ、 β : ゆじり角、 $\mu = EI/GJ$, ρ : 梁の単位長当り質量
 a : 回転半径。

式(1)の下式第4項は梁の回転慣性の影響であるが、この項を微小であるとして省略し、*modal analysis* を用いて、各振動次数の常微分方程式に変換すると、 w , β の規準座標 X_i , Y_i に関して次の関係を得る。

$$\left. \begin{aligned} A_{1i} X_i - A_{2i} Y_i + B \ddot{X}_i &= F(t) \\ -A_{3i} X_i + A_{4i} Y_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、 $A_{1i} = (i\pi/L)^4 + (i\pi/L)^2 \mu/r^2$, $A_{2i} = (i\pi/L)^2 (1+\mu)/r$, $A_{3i} = (i\pi/L)^2 (1+\mu)$,
 $A_{4i} = r\mu (i\pi/L)^2 + 1/r$, $B = \rho/EI$

$$\text{また} \quad F(t) = \frac{2}{L \cdot EI} \int_0^L f(s, t) \cdot \sin \frac{i\pi}{L} s \cdot ds \quad (3)$$

いま時間的に変動する単一集中力 $f(t)$ が、速度 V で移行する場合を考えると、 $F(t)$ は次のようになる。 $F(t) = \frac{2}{L \cdot EI} f(t) \cdot \sin \frac{i\pi V}{L} t$ (4)

この一般外力の作用する過程を、以後の解析を簡単にするため、次のように定常過程として取り扱う。 $F(t) = a \cdot f(t)$: $a = \frac{4}{L \cdot EI \pi}$ (5)

このような仮定のもとに、たわみ w の単位衝撃応答を求めると次のようになる。

$$h_w(s, t) = \frac{0.1EI}{\rho \rho_1} \cdot e^{-\alpha t} \sin \rho_1 t \cdot \sin \frac{\pi}{L} s \quad (6)$$

ここに、 ρ_1 は梁の1次減衰自由円振動数である。外力 $f(t)$ が作用した場合の動たわみは、

$$w = \int_0^t h_w(t-\tau) \cdot f(\tau) d\tau \quad (7)$$

で与えられる。

さて、図2(b)のような路面凹凸 $z(s)$ を有する円形曲り梁上を(a)に示す1自由度の自動車モデルが定速で走行する際の、自動車の上下方向の運動は、質量 M の静止位置からの変位を y として次式で表わせる。

$$M\ddot{y} = -f(t) + Mg \quad (8)$$

ここに、 $f(t)$ は接地力でありバネ定数を k 、減衰係数を C とすれば

$$f(t) = \{y - (w - z)\}k + \{\dot{y} - (\dot{w} - \dot{z})\}C \quad (9)$$

梁の鉛直方向たわみ w は式(9)で表わされる力 $f(t)$ により前式(7)のような振動を生ずることになる。

(7),(8),(9)の3式を連立させ、フーリエ変換することにより路面凹凸量 z と、梁の動たわみ w の間の伝達関数 $H_{wz}(j\omega)$ を計算し、これを用いて動たわみ w をパワースペクトル密度 $S_w(\omega)$ で表わすと次のようになる。

$$S_w(\omega) = |H_{wz}(j\omega)|^2 S_z(\omega) \quad (10)$$

ただし、 $S_z(\omega)$ は路面凹凸 z のパワースペクトル密度であり、便利データを補正した次の近似式¹⁾をここでは用いる。

$$S_z(\omega) = 0.001 \times V^{0.792} (\omega/2\pi)^{-1.792} \quad (11)$$

また、梁のねじりモーメント T は、 $T = \mu EI (\frac{\partial \theta}{\partial s} - \frac{\partial w}{r \partial s})$ なる関係を用いて、上と同様に、 z と T の間の伝達関数 $H_{Tz}(j\omega)$ から、そのパワースペクトル密度は次式で計算される。

$$S_T(\omega) = |H_{Tz}(j\omega)|^2 S_z(\omega) \quad (12)$$

なお、比較のために直線梁の動的応答を求める場合には、円形曲り梁の各式において、曲率半径 r を無限大とすることにより得ることができる。

動的応答の過程が定常であり、平均値ゼロの正規分布をなすと考えられる場合には、動的応答 w の標準偏差 σ_w は、 $\sigma_w = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_w(\omega) d\omega}$ より計算できる。この σ_w を基に、荷重の動的効果を表わす量として設計時に用いられる動的係数の算定や、さらに最大応答の確率分布の計算結果よ、荷重の動的効果を評価する方法などについて検討した。図3に計算結果の一例を示す。これは部材長 $L=60m$ 、自動車の総重量 $10tn$ 、バネ定数 $k=3000kg/cm$ 、減衰係数 $C=26kg/cm/sec$ 、走行速度 $V=60cm/h$ とした場合の部材中央点の動たわみのパワースペクトル密度である。なお、計算の詳細については講演時にゆずる。

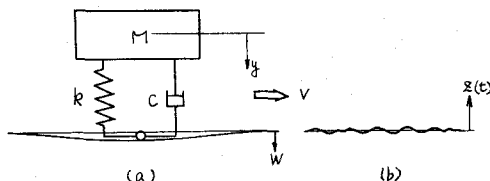


図2 自動車モデルと路面凹凸の表示

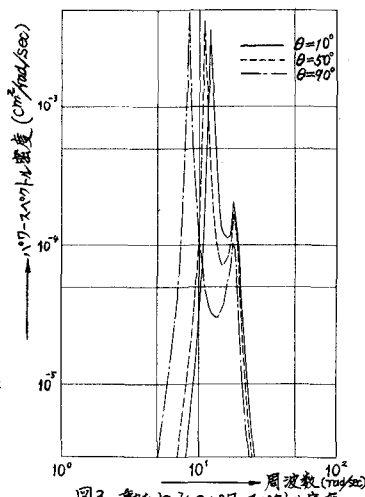


図3 動たわみのパワースペクトル密度

参考文献 1) 山田善一・小坂為雄：活荷重に対する道路橋の動的応答—衝撃係数—に関する考察，土木学会論文集 No.148, (S.42), その他 2) 山崎徳也・崎山毅：走行荷重に対する円形曲り梁の動的応答，九大工学集報，Vol.41, No.2, (S.43)