

不規則外力に対する地中構造物の過渡応答について

京都大学工学部 正員 後藤尚男
 京都大学防災研究所 正員 土岐憲三
 京都大学工学部 正員 〇秋吉 卓

1. まえがき 地中に埋設されている構造物の動的解析については、その取りよく表層地盤を連続弾性体として取扱った、かなり厳密な検討が若干なされてきたが^{1),2)} そのいずれもが単弦波動入力に対する系の周波数応答解析までであった。実地震動のように不規則に変動する外力に対する解析が進展していない最大の原因は、これらの研究における周波数伝達関数が周波数の複雑な関数となっているため、その逆変換によって単位衝撃応答関数を求めることがきわめて困難なことにあったと言えよう。そこで本研究では従来の周波数応答の解析結果を利用して、表層地盤の動的効果もある近似的な式で置き換えることによって単位衝撃応答関数を誘導し、これを用いて剛な地中構造物が定常不規則外力を受けるときの過渡応答について解析を進めたい。

2. モデル化とその解析 地中の構造物が剛な楕円柱であって、回転の中心を底面の中心に持つロッキング振動をするときの伝達関数 $\bar{\chi}(\omega)$ は次のようになる³⁾。

$$\bar{\chi}(\omega) = \frac{\frac{H_0}{I_0} + \frac{\pi(\omega_0^2)}{2H(\omega_0^2)} \chi G(\omega)}{-\omega^2 + 2i\zeta_0 \omega_0 \omega + \omega_0^2 + \omega_0^2 \chi F(\omega)} \quad \text{----- (1)}$$

このとき $F(\omega) = f_1 + if_2$, $G(\omega) = g_1 + ig_2$ はそれぞれ複素ばね効果および振動土圧の動的効果を示す項で、図-1および図-2に示されるものである。本研究においては、側圧のばね効果は粘性減衰効果を持った振動数に無関係なばねとして定義し、次の関数形を与える。

$$F(\omega) = f_1 + if_2 = k_1 + 2ik_2 \omega/\omega_0 \quad \text{----- (2)}$$

また振動土圧の動的効果は図-2よりわかるように、ある1自由度系の応答として表示できるのであろう。このことから $G(\omega)$ は次の形を与える。

$$G(\omega) = g_1 + ig_2 = k_3 \omega_0^2 / (-\omega^2 + 2i\zeta_2 \omega_0 \omega + \omega_0^2) \quad \text{----- (3)}$$

かくして式(2),(3)を式(1)に代入し、かつ基礎体頂部の変位について考察するため $H \cdot \bar{\chi}(\omega)$ のフーリエ逆変換を遂行すると、単位衝撃応答関数 $w(t)$ として次式をうる。

a) $1 + \chi k_1 - (\zeta_0 + \chi k_2 \omega_0/\omega_0)^2 \geq 0$ のときは

$$w(t) = \alpha w_0(t) + \beta w_1(t) = \frac{\alpha}{\omega_1} e^{-\gamma_1 t} \sin \omega_1 t + \frac{\beta k_3 \omega_2}{\omega_1} \frac{\omega_2 e^{-\gamma_2 t} \sin(\omega_2 t - \delta_1) + \omega_1 e^{-\gamma_2 t} \sin(\omega_2 t + \delta_2)}{[(\Delta_2 - \omega_1)^2 + (\omega_2 + \omega_1)^2] \{(\Delta_2 - \omega_1)^2 + (\omega_2 - \omega_1)^2\}^{1/2}}, (t \geq 0) \quad \text{----- (4)}$$

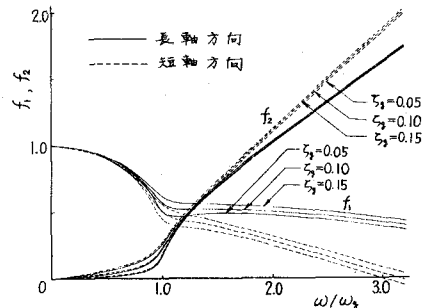


図1 表層の複素ばね効果

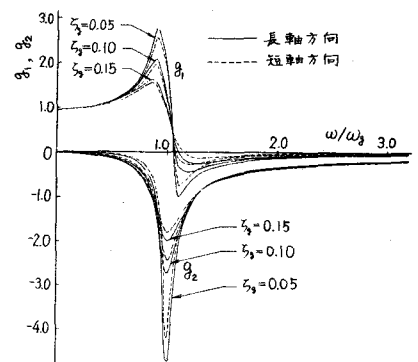


図2 振動土圧の動的効果

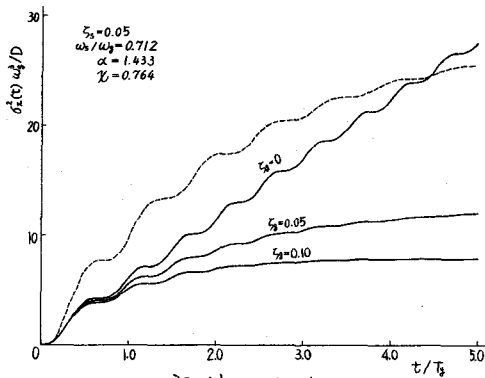


図-3 変位の分散

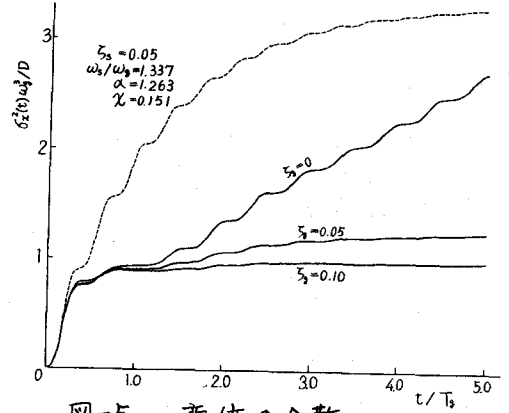


図-5 変位の分散

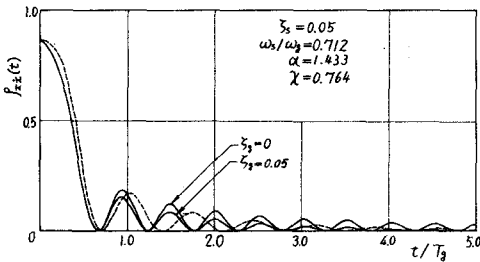


図-4 相関係数(変位-速度)

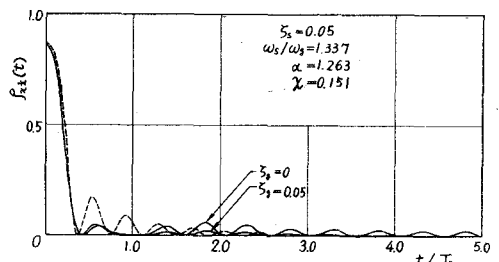


図-6 相関係数(変位-速度)

ただし、 $\delta_1 = \tan^{-1} \left[\frac{2\omega_1(\Delta_1 - \Delta_2)}{(\Delta_1 - \Delta_2)^2 - \omega_1^2 - \omega_2^2} \right]$, $\delta_2 = \tan^{-1} \left[\frac{2\omega_2(\Delta_2 - \Delta_1)}{(\Delta_2 - \Delta_1)^2 - \omega_2^2 - \omega_1^2} \right]$, $\alpha = (H/\omega_0)^2/2$, $\beta = \pi\chi(\omega_3/\omega_0)^2/2$, $\omega_1 = \omega_0 \sqrt{1 + \chi k_1 - (\Delta_1/\omega_0)^2}$, $\Delta_1 = \omega_0(\zeta_1 + \chi k_2 \omega_3/\omega_0)$, $\omega_2 = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta_2^2}$, $\Delta_2 = \zeta_2 \omega_0$. ω_0, ω_3 : 表層および基礎体のロッキングの固有振動数, ζ_2, ζ_3 : 表層内部および基礎体のロッキングの粘性減衰定数.

b) $1 + \chi k_1 - (\zeta_1 + \chi k_2 \omega_3/\omega_0)^2 < 0$ のときは

$$w(t) = \alpha w_0(t) + \beta w_1(t) = \frac{\alpha}{\omega_1} e^{-\Delta_1 t} \sinh \omega_1 t + \beta k_3 \omega_2 \frac{e^{-\Delta_2 t} \sin(\omega_2 t - \delta_1)}{\left[\{(\Delta_1 - \Delta_2 - \omega_1)^2 + \omega_2^2\} \{(\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_1)^2 + \omega_2^2\} \right]^{1/2}}, \quad (t \geq 0) \quad (5)$$

ここに、 $\delta_1 = \tan^{-1} \left[\frac{2\omega_2(\Delta_1 - \Delta_2)}{(\Delta_1 - \Delta_2)^2 - \omega_1^2 - \omega_2^2} \right]$, $\omega_1 = \omega_0 \sqrt{(\Delta_1/\omega_0)^2 - (1 + \chi k_1)}$ であり、 $t < 0$ では $w(t) = 0$ とする。

したがって基礎体頂部の変位 $x(t)$ とすると、基盤よりの不規則入力 $\ddot{z}(t)$ に対しては

$$x(t) = \int_0^t w(t-\tau) \ddot{z}(\tau) d\tau, \quad \dot{x}(t) = \int_0^t \dot{w}(t-\tau) \ddot{z}(\tau) d\tau \quad (6)$$

と記述できるので、いま定常不規則入力 $\ddot{z}(t)$ として、単位時間当りのパワーが D であるようなホワイトノイズを考えると、変位および速度の分散 $\hat{\sigma}_x^2(t)$, $\hat{\sigma}_{\dot{x}}^2(t)$ あるいは自己相関関数 $r_{xx}(t)$ 等の解析的表示が得られるが、紙面の都合上省略する。

3. 計算結果 $k_1=1, k_2=0.5, k_3=1$ とし、 $b/a=1/2, a/H=1/2$ の楕円柱の場合に対する数値計算結果の一例を図-3~図-6に示した。 $\omega_0 < \omega_3$ の場合について図-3,4にみると、定常状態になるまでかなり時間を要するが、 $\omega_0 > \omega_3$ の場合を図-5,6にみると、最初の半サイクルで過渡応答の大半が完了している。このように過渡応答は $\omega_0 < \omega_3$ では表層の影響を大きく受けるが $\omega_0 > \omega_3$ では基礎体の固有振動減衰の作用が大きいことを示していると言えよう。

1) 田中見弘: 深い基礎を有する構造物の地震応答について, 日本地震工学シンポジウム(1966)講演集, 1966.10, pp 255-260.

2) 佐藤・堀江・秋吉: 昭和43年度関西地区学術講演会講演要旨, I23. 3) 佐藤・堀江・秋吉: 京大防災研究所年報第11号A, pp 255-274.