有限要素法による基礎—地盤系の振動解析

京都大学工学部 正員 山田善一
大阪市土木局 正員○松村 博

1.まえがき

有限要素法の土木工学への応用は岩盤や重量構造物の応力解析に始まり，最近ではアースダムや堤防などの土構造物や基礎—地盤系の振動解析にまでその適用範囲が広められてきた。地震による構造物の振動はそれを支える地盤の性質に左右される。したがって，構造物の耐震計算を行なう上で，構造物と回りの地盤を一つの系として把えなければならない。有限要素法はこの問題に対する有力な解析法であると考えられる。

2.基礎方程式の誘導

今回の解析では基礎—地盤系を平面二次元問題として取扱い，三角形要素に分割した。分割節点に関する振動方程式は次のように与えられる。

$$[M]\{\ddot{x}\}+[C]\{\dot{x}\}+[K]\{x\}=\{f(t)\} \qquad (1)$$

Stiffness matrix [K]; 二次元問題の三角形要素に対する変位関数を

$$u=\alpha_1+\alpha_2 x+\alpha_3 y \qquad v=\alpha_4+\alpha_5 x+\alpha_6 y \qquad (2)$$

と仮定する。境界条件より α_1〜α_6 を決め，仮想仕事の原理を適用すると，*stiffness matrix* が得られる。

Mass matrix [M]; 三角形要素の質量を三角形の重心と各頂点の距離に反比例する量に分割し，各頂点に分配した。この結果，頂点への集中 *mass* となり，*Mass matrix* は対角行列となる。

Damping matrix [C]; 各要素に減衰係数を与え各頂点間に分配して，*Damping matrix* をつくる。この減衰係数は土の振動実験によって得られた値を各要素に当てはめる。

3. 非減衰自由振動Modeの解析

地盤を比較的軟らかい上層地盤と下層の硬い基盤から成るとし，これに基礎が入ったFig.1のようなModelを設定した。これをFig.2のように三角形要素で分割し，非減衰自由振動の固有振動数と固有modeを計算した。(Fig.3)

基礎—地盤系の固有振動modeは基本的に水平方向，上下方向，回転の振動が卓越するModeから成立っている。

地盤の横の拡がりが大きい場合には水平方向の変位が大きいModeが一次の固有振動数に対応する。

低次のModeは上層地盤のみが大きな変形をする形を示し，上層地盤の固有振動数に対応するものと考えられる。

高次の18次に基盤の変形が大きくなっているModeがあり，これが基盤の固有振動に対応すると思われる。

4. 多自由度系の動的応答解析

(1)式のような線型関係が成立つ系の random な入力に

Fig. 1
STRUCTURE-FOUNDATION SYSTEM MODEL

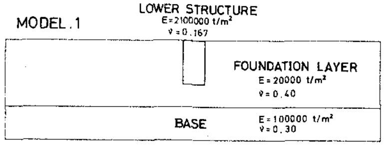
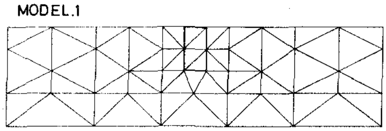


Fig. 2
FINITE ELEMENT IDEALIZATION



対する応答は次のような matrix 演算によって求めることができる。

差分法によって変位，速度は次のように表示される。

$$\{x_{n+1}\}=\{x_n\}+h\{\dot{x}_n\}+\left(\frac{1}{2}-\beta\right)h^2\{\ddot{x}_n\}+\beta h^2\{\ddot{x}_{n+1}\} \qquad (3)$$

$$\{\dot{x}_{n+1}\}=\{\dot{x}_n\}+\frac{1}{2}h\{\ddot{x}_n\}+\frac{1}{2}h\{\ddot{x}_{n+1}\}$$

ただし　h；時間間隔

n；時刻を示す index

β；時間 h の間に加速度の変化の仕方を示す parameter

(1)式と(3)式より，

$$\{\ddot{x}_{n+1}\}=[D]^{-1}\left(\{f_{n+1}\}-\left[\frac{h}{2}[C]+\left(\frac{1}{2}-\beta\right)h^2[K]\right]\{\ddot{x}_n\}-([C]+h[K])\{\dot{x}_n\}-[K]\{x_n\}\right) \qquad (4)$$

ただし　$[D]=[M]+\frac{1}{2}h[C]+\beta h^2[K]$

となり，n 回目の変位，速度，加速度がわかれば，$(n+1)$ 回目の諸量を一意的に決定することができる。

なお初期条件は次式で与えられる。

$$\{\ddot{x}_0\}=[M]^{-1}(\{f_0\}-[C]\{\dot{x}_0\}-[K]\{x_0\}) \qquad (5)$$

Fig. 1 のような構造系が外力として El-Centro 地震(1940年) N-S成分を受けたときの応答を求めたのが，Fig. 4 である。

要素減衰係数として，各要素に $C_e=1000$ をとった。

周波数応答曲線を求めた結果，この値は減衰定数に換算すると約20％に相当する。基盤，地盤，基礎体の応答はかなり規則的で，その振動数は3.で述べた各地点の固有振動数に近い値となり，地盤の filter 作用を表わしている。

Fig. 3

FREE VIBRATIONS MODES & FREQUENCIES (MODEL.1)

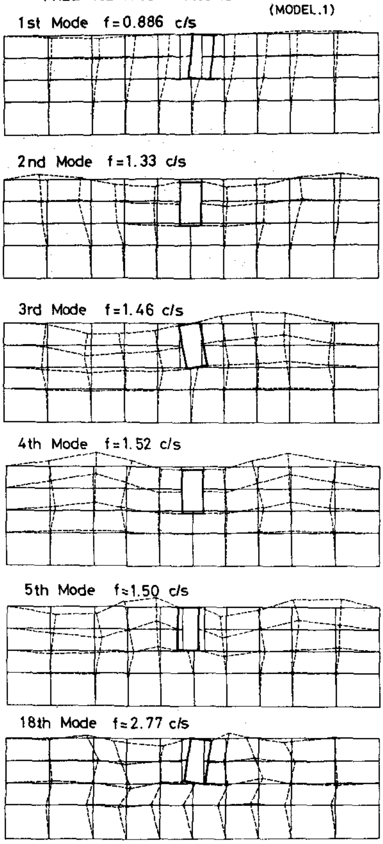


Fig. 4

Response Wave (Acceleration) due to the EL CENTRO Earthquake NS Component 1940

Response Wave (Displacement) due to the EL CENTRO Earthquake NS Component 1940