

立体骨組の弾塑性解析

京都大学工学部 正員 工博 小西一郎
 京都大学工学部 正員 工博 白石成人
 京都大学大学院 学生員 工修 O玉村三郎

1. まえがき

近年、骨組構造物の弾塑性解析を電子計算機を用いて行なうために、数多くの近似計算や解析法に関する研究が行なわれている。Jennings等は曲げを受ける平面骨組に単純塑性解析法を適用して崩壊に至るまでの挙動を解析し、上田等⁽²⁾は塑性流れの法則を用いた新しい塑性関節機構を提案している。上田等の研究は塑性流れの法則の適用のしかたに問題があるが、降伏相関関係を線形化することなく、たくみに利用している点、注目すべきものと思われる。本論文では、組合わせ応力を受ける立体骨組の弾塑性解析のための基礎式を組合わせ応力を受ける降伏関節に塑性流れの法則を適用して、求めた。

2. 前提条件

- (1) 荷重は集中荷重とし、分布荷重は等価な集中荷重に置換する。
- (2) 荷重は比例荷重とする。
- (3) 材料は完全弾塑性体とする。
- (4) 構造物は崩壊に至るまでに座屈、その他の不安定現象等が生じないものとする。
- (5) 全断面降伏の予想される点をあらかじめ節点として選ぶ。
- (6) 降伏関節における変形は塑性成分のみ考慮する。

3. 基礎式の誘導

今、 n 点で最初の降伏が生じたとする。 n 点を二つに切断し、あたためて $n, n+1$ 点とし、この点を区別する。外力の増分に対する $n+1$ 点に伝く内力の増分を δq_{n+1} として、あたかも外力の如く考えよと

外力の増分 $\delta P = (\delta P_1, \delta P_2, \dots, \delta P_n, \delta q_{n+1})$

変位の増分 $\delta u = (\delta u_1, \delta u_2, \dots, \delta u_n, \delta u_{n+1})$

節点接続行列 $A = [A_1, A_2, \dots, A_n, A_{n+1}]$

$$\tilde{A}_n = A_n + A_{n+1}$$

n 点に最初の降伏が生じたとき、変形法を適用すると⁽¹⁾

$$\begin{bmatrix} \delta P_1 \\ \vdots \\ \delta P_n \\ \delta q_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^+ K A_1 & \dots & A_1^+ K A_n & A_1^+ K A_{n+1} \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \tilde{A}_n^+ K A_1 & \dots & \tilde{A}_n^+ K A_n & \tilde{A}_n^+ K A_{n+1} \\ A_{n+1}^+ K A_1 & \dots & A_{n+1}^+ K A_n & A_{n+1}^+ K A_{n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta u_1 \\ \vdots \\ \delta u_n \\ \delta u_{n+1} \end{bmatrix} \quad (1)$$

降伏条件式を $f = 0$ とすると

$$\delta f = \frac{\partial f}{\partial \sigma_i} \delta \sigma_i = \psi^+ \delta q = 0 \quad (2)$$

$$\therefore \psi^+ = \left[\frac{\partial f}{\partial q_1}, \frac{\partial f}{\partial q_2}, \dots \right]$$

(1)式より $n+1$ 行目の関係と (2)式より $\delta f = \psi_n^+ A_{n+1}^+ K A \delta u = 0$ (3)

n 点の降伏関節に塑性流れの法則を適用すると

$$\delta u_{n+1} - \delta u_n = \lambda_{n+1} \psi_n \quad (4)$$

(4)と(3)式に代入して λ_n を求めると

$$\lambda_{n+1} = -H_{n+1}^+ K \{ A_1 \delta u_1 + \dots + A_n \delta u_n + (A_n + A_{n+1}) \delta u_n \} \quad (5)$$

(1)式より $n+1$ 行の関係式を (5)で置きかえ、整理すると

$$\begin{bmatrix} \delta p_1 \\ \vdots \\ \delta p_n \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^+ K A_1 & \dots & A_1^+ K \tilde{A}_n, A_1^+ K H_{n+1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{A}_n^+ K A_1 & & \tilde{A}_n^+ K \tilde{A}_n, \tilde{A}_n^+ K H_{n+1} \\ H_{n+1}^+ K A_1 & & H_{n+1}^+ K \tilde{A}_n, H_{n+1}^+ K H_{n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta u_1 \\ \vdots \\ \delta u_n \\ \lambda_{n+1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここで $H_{n+1}^+ = (\psi_n^+ A_{n+1}^+ K A_{n+1} \psi_n)^{-1} \psi_n^+ A_{n+1}^+$

δp の荷重増分を与えるとき、その間 ψ_n は一定とする。

まず、弾性解析によって最初に全断面降伏する点を求め、(6)式を用いて解く。さらに荷重を増加させ、次に全断面降伏する点を求め、同様の操作をくり返す。順次、全断面降伏する点を追跡し、挙動をしらべ、最終的に破壊荷重がえられる。

4. まとめ

降伏相角関係を満足する骨組の弾性解析法についてのべた。電子計算機の適用に便なる如く、行列を対称化し、弾性解析における式と類似の形で式をまとめた。全断面降伏の影響は節点接続行列 A の ψ による修正となつてあらわれる。

5. 参考文献

- (1) 滝脇：京都大学卒業論文（昭和43年度）
- (2) A. Jennings & K. Najid "An Elastic-Plastic Analysis by Computer for Framed Structures Loaded up to Collapse" Struc. Eng. Vol 43, 1965.
- (3) 上田 ほか "マトリックス法による骨組構造物の弾塑性解析"
昭和43年度 日本造船学会 秋期講演会 被奨