

水平力を受ける板とラーメンの合成構造の立体解析

大阪市立大 正員 倉田 宗幸 大阪市立大 吉野 昭 〇上田 正男
 大阪工業大 岡村 宏一 大阪市立大 酒井 守雄
 大阪市立大 島田 功

1. まえがき 前報¹⁾において床板とラーメンの合成さし構造と、2次元弾性理論、ならびに平板および梁の曲げ理論を併用して立体解析法を提案し、鉛直外力が作用する簡単な応用例を示した。本報は、板および梁内に任意分布水平力を受ける場合を考慮した基礎式²⁾を用い、図-2に示すような対称構造にBody forceが作用する場合の応用例を示した。

立体解析法は従来有効な方法と異なり、構造各部の曲げおよびScheibler応力が任意な載荷状態に対して解析される。

2. 板の基礎式 板の曲げによるたわみ w 、および面内に働く応力を示す応力関数 ϕ の一般形は次のように表わされる。

$$w = w_p + \frac{1}{D} \sum_m (\bar{A}_m \sinh \alpha_m y + \bar{B}_m \cosh \alpha_m y + \bar{C}_m \alpha_m y \sinh \alpha_m y + \bar{D}_m \alpha_m y \cosh \alpha_m y) \sin \alpha_m x \\ + \frac{1}{D} \sum_n (\bar{A}'_n \sinh \beta_n x + \bar{B}'_n \cosh \beta_n x + \bar{C}'_n \beta_n x \sinh \beta_n x + \bar{D}'_n \beta_n x \cosh \beta_n x) \sin \beta_n y \\ \phi = \phi_p + \sum_m (A_m \sinh \alpha_m y + B_m \cosh \alpha_m y + C_m \alpha_m y \sinh \alpha_m y + D_m \alpha_m y \cosh \alpha_m y) \sin \alpha_m x \\ + \sum_n (A'_n \sinh \beta_n x + B'_n \cosh \beta_n x + C'_n \beta_n x \sinh \beta_n x + D'_n \beta_n x \cosh \beta_n x) \sin \beta_n y$$

鉛直外力および x, y 方向の水平力をそれぞれ P, t_x, t_y とし、次の如く展開する。

$$P = \sum_m \sum_n L_{mn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \quad t_x = \sum_m \sum_n T_{mn} \cos \alpha_m x \sin \beta_n y \quad t_y = \sum_m \sum_n T'_{mn} \sin \alpha_m x \cos \beta_n y$$

基礎式の特解は $w_p = \frac{1}{D} \sum_m \sum_n \frac{1}{(\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2} L_{mn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y$
 $\phi_p = \frac{1}{k} \sum_m \sum_n \frac{1}{(\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2} \{ \alpha_m (\frac{\beta_n^2}{\alpha_m^2} - \nu) T_{mn} + \beta_n (\frac{\alpha_m^2}{\beta_n^2} - \nu) T'_{mn} \} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y$

ただし、 $a, b: x, y$ 方向の寸法 $\alpha_m = \frac{m\pi}{a} \quad \beta_n = \frac{n\pi}{b}$

板の断面力(モーメント M_x, M_y, M_{xy} 、せん断力 Q_x, Q_y 、撓草せん断力 V_x, V_y)は板の曲げ理論より求まる。板のScheibler応力($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$)は次の各式より求まる。

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{1}{k} \int t_x dx, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{1}{k} \int t_y dy, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}$$

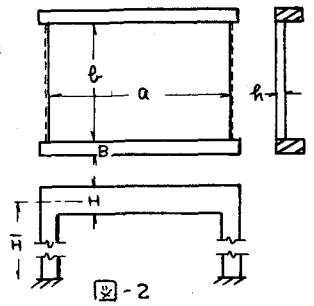
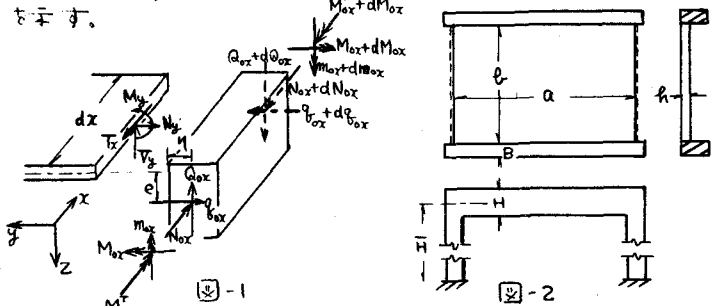
式中積分の項は荷重の伝達力を示す。

3. ラーメンの基礎式

図-1に示す如く、微小部分の釣合式及び梁の曲げ理論よりラーメンの断面力、および変形が定められる。

4. 板と梁の連続条件

板と梁の接合部における板



- 1) 倉田, 岡村, 島田; 板とラーメンの合成構造の立体解析 23回平次学術講演会 昭43年
 2) 岡村; 板とBeam系の合成構造の立体解析法ならびに、板とラーメンの合成による橋梁解析への応用 23回平次学術講演会 昭43年

および梁の変形を級数に展開し、1) ねじり (w), 2) 面内変形 (u or v), 3) 回転角 ($\frac{dw}{dy}$ or $\frac{dv}{dx}$), 4) 歪 (ϵ_x or ϵ_y) の合成条件式を導き、板の基礎式に含めたる未定係数 ($\bar{A}_m, \bar{B}_m, \bar{C}_m, \dots, \bar{D}_n$) を決定する。

5. 計算例 図-2 に示すような相対する 2 辺 ($x=0, x=a$) 単純支持, 2 辺 ($y=0, y=b$) ラーメンに接合された対称構造物が, x 方向に Body force T を受ける場合の解析を行う。本例では板と梁の接合部における梁の直交方向の面内拘束を無視した。 ($\sigma_{y|y=0}=0$)

5-1 計算諸元 表-1 に示すような正方形板 ($a=b$) についての計算結果を示す。

5-2 計算結果 立体解析による各断面力の分布

表-1

b/a	H/b	B/b	H/B	B/B	I_y/I_x
1	3	0.05	2	40	12

ポアソン比 $\nu=0.2$

図が図-3, 4, 5, 6 である。鉄筋コンクリート標準示方書による有効幅を仮定したラーメン構造として解析し、梁の幹部(外側矩形部分)の負担する曲げモーメント, および軸力と、本解析による、それらとを比較したものが図-7, 8 である。断面力計算に際し、ラーメン解析と本解析の双方についてはいりの中立軸の位置を比較したのが図-9 である。

a) 板の応力 ($M_x, M_y, \sigma_x, \sigma_y$) 対称性より 1/4 図示

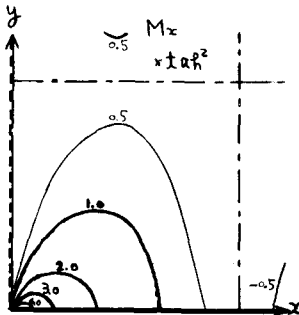


図-3

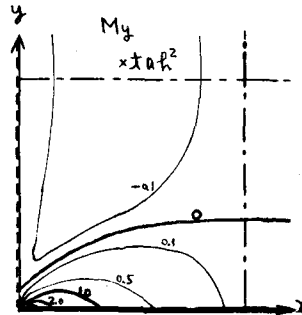


図-4

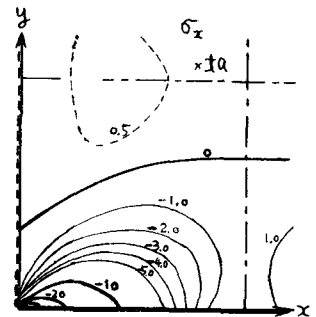


図-5

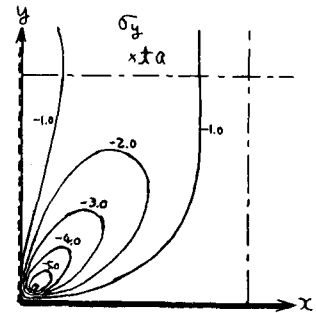


図-6

b) 梁の断面力 (M_{ox}, N_{ox})

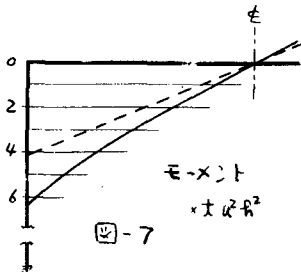


図-7

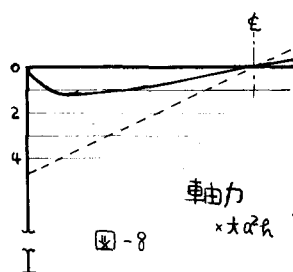


図-8

c) 梁の中立軸

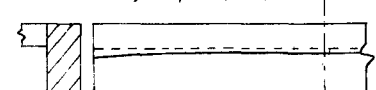


図-9

—— 立体解析 (M_{ox}, N_{ox})
 ---- ラーメン解析 (M'_{ox}, N'_{ox})

立体解析 M_{ox}, N_{ox}

ラーメン解析 M'_{ox}, N'_{ox}

6. 結論 図-3, 4, 5, 6 より Body force を受ける場合の完全合成構造としての応力の特性が把握される。図-7, 8, 9 に示す如く、本計算例ではラーメン理論とは、かなりの差異が見られる。最近の高速化して電子計算機を使用により、このような立体解析も容易である。