

箱げた断面を有するラーメン隅角部のせん断おくれに関する一考察

阪神高速道路公団 西宮工事々務所 正員 水元義久

" " " 今井宏典

1. まえがき

当公団の構造物はほとんど高架方式であり、しかも市街地の平面街路と複雑に交錯している。そのため橋脚にはラーメン構造が多く使われており、その隅角部にはせん断おくれを考慮した設計を行なっている。これは薄肉断面における集中荷重点附近のフランジおよびウェブに生じるいわゆる *Shear lag* 現象を考慮するものである。

実際のラーメン鋼製橋脚の隅角部においては曲げモーメントだけでなく軸力も同時に作用することが多く、フランジの断面は圧縮側と引張り側の断面をその応力の性状に応じて変化させることが合理的であると考えられる。しかしながら従来の方法では、フランジ厚が圧縮側、引張り側とも同断面という仮定のもとに推定図表などが成り立っているため、本文はこの仮定を拡張し圧縮側、引張り側のフランジ断面が異なる場合についての考察を行ない、ラーメン隅角部の性状をより明確に把握しようとするものである。

2. 理論の仮定

- (1). 断面形状は一定であり、柱およびはりの材質は均質かつ等方性の弾性体である。
- (2). フランジとウェブは直角である。
- (3). ウェブで *Bernoulli - Euler* の仮定が成立すると考え、フランジはせん断力および垂直応力が境界に作用する板と考える。
- (4). 連続性より接合部のフランジとウェブのひずみは等しい。
- (5). フランジが圧縮を受けると座屈を起こすものであるが、フランジ厚はそれに耐え得るに十分である。

3. 応力函数の誘導

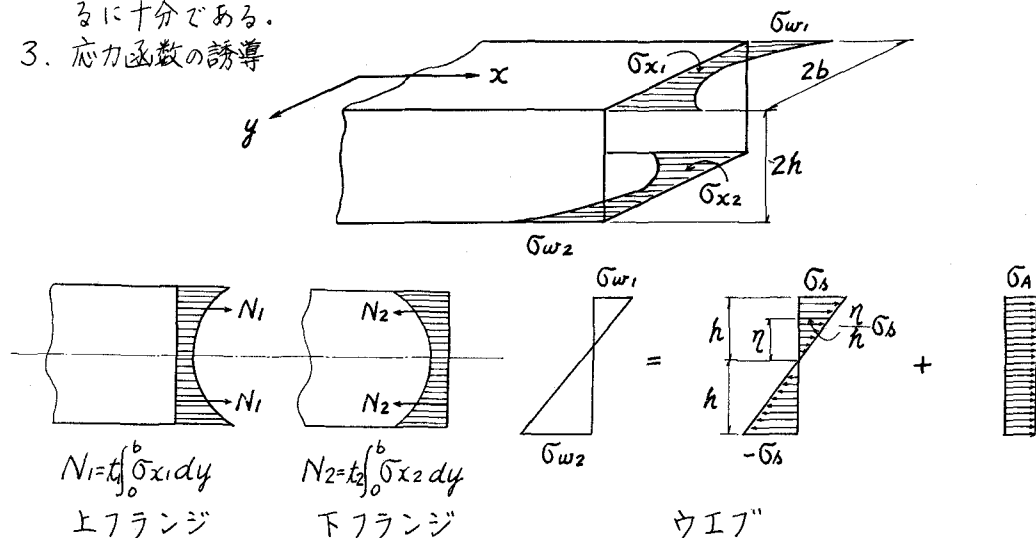


図 - 1

図-1 よりウエブ下端応力 σ_{w2} および内部応力による曲げモーメント M は

$$\sigma_{w2} = -\sigma_{w1} + \frac{2(N_1 - N_2)}{A_w} \quad (1)$$

$$M = \frac{I}{h} \sigma_{w1} + (2h - \frac{I}{A_w h}) N_1 + (2h + \frac{I}{A_w h}) N_2 \quad (2)$$

ここで Airy's stress function ϕ を導入する。すなわち

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}$$

なる ϕ が存在すると考え、上下フランジの ϕ をそれぞれ ϕ_1, ϕ_2 とすれば

$$\sigma_{w1} = \left[\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} \right]_{y=b} \quad \nu: \text{Poisson's ratio}$$

$$N_1 = t_1 \int_0^b \sigma_{x1} dy = t_1 \left[\frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right]_0^b, \quad -N_2 = t_2 \int_0^b \sigma_{x2} dy = t_2 \left[\frac{\partial \phi_2}{\partial y} \right]_0^b$$

これらを (1), (2) に代入して $I = 2 \int_{-h}^h y^2 dA = \frac{4}{3} t h^3$, $A_w = 2 t h$ なる関係を用いると

$$\left[\frac{\partial^2 \phi_2}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x^2} \right]_{y=b} = - \left[\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} \right]_{y=b} + \frac{1}{t h} \left\{ t_1 \left[\frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right]_0^b + t_2 \left[\frac{\partial \phi_2}{\partial y} \right]_0^b \right\} \quad (3)$$

$$M = \frac{4}{3} t h^2 \left[\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} \right]_{y=b} + \frac{4}{3} h t_1 \left[\frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right]_0^b - \frac{8}{3} h t_2 \left[\frac{\partial \phi_2}{\partial y} \right]_0^b \quad (4)$$

ϕ_1, ϕ_2 は調和函数であるから次式を満足しなければならない。

$$\nabla^4 \phi_1 = \nabla^4 \phi_2 = 0 \quad \nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (5)$$

境界条件を列記すると

$$\left. \begin{array}{ll} y=0 \text{ において} & \tau_{xy} = 0 \\ y=0 & \nu = 0 \quad (y \text{ 方向の変位}) \\ y=\pm b & \bar{\sigma}_y = 0 \end{array} \right\} \quad (6)$$

さらに (3) および (4) が ϕ_1 と ϕ_2 を関係づける条件である。

また、部材端において次の条件を課する。

$$x=0, x=l \text{ において } \bar{\sigma}_x = \bar{\sigma}_y = 0 \quad (7)$$

ϕ_1, ϕ_2 に関する偏微分方程式 (5) を (3) ~ (7) の条件のもとに解けば

$$\left. \begin{array}{l} \phi_1 = \sum S n_1 d n (y \sinh d n y - b \tanh d n b \cosh d n y) \sin d n x \\ \phi_2 = \sum S n_2 d n (y \sinh d n y - b \tanh d n b \cosh d n y) \sin d n x \end{array} \right\} \quad (8)$$

ここに $d n = n \pi / l$

$$S n_1 = M n / K n$$

$M n$: 外力モーメントを $M = \sum M n \sin d n x$ と表わした場合の $M n$.

$$K n = \frac{2 I}{h} d n^2 \cosh d n b + \frac{4}{3} h d n (\sinh d n b - d n b \operatorname{sech} d n b) (t_1 - 2 k n t_2)$$

$$k n = - \frac{d n A_w \cosh d n b - t_1 (\sin d n b - d n b \operatorname{sech} d n b)}{d n A_w \cosh d n b - t_2 (\sin d n b - d n b \operatorname{sech} d n b)}$$

$$S n_2 = k n S n_1$$

4. 箱げた断面の Shear lag による応力

Shear lag による応力を σ_s とすると

$$\sigma_s = \sigma_{\max} - \sigma_0 = \left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right]_{y=b} - \frac{M}{Z_0} \quad \text{ここに } Z_0 \text{ は全断面に関する断面係数} \quad (9)$$

$$\text{有効幅 } \bar{b} = \frac{\left[\frac{\partial \phi}{\partial y} \right]_0}{\left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right]_{y=b}} = \frac{\sum S_n d_n (\sinh d_n b + d_n b \operatorname{sech} d_n b) \sin d_n x}{\sum S_n 2 d_n^2 \cosh d_n b \sin d_n x} \quad (10)$$

次にせん断力変化 W は単純ばりの中央に集中荷重 W を作用させた場合と同じであり、モーメントをフーリエ級数でおきかえ $x = \ell/2$ とすると

$$M = \frac{W}{\ell} \frac{2\ell^2}{\pi^2} \sum \frac{1}{n^2} \quad \text{ただし } n = 1, 3, 5, 7, \dots$$

よって、せん断力 W が変化した場合の Shear lag による応力は

$$\sigma_{s1} = \sum \left(\frac{2 d_n^2 \cosh d_n b}{K_n} - \frac{1}{Z_0} \right) M_n \sin d_n x \quad n = 1, 3, 5, 7, \dots \quad (11)$$

5. 無次元パラメータ表示

数式をグラフ化するために諸式を無次元パラメータに分離する。

$$\rho = t_2/t_1, \quad \mu = b/\ell, \quad R = 6A_f/A_w, \quad A_w: \text{ウェブ2枚分の断面積}$$

とおい

$$k_n = - \frac{6n\pi\mu \cosh^2 n\pi\mu - R(\sinh n\pi\mu \cosh n\pi\mu - n\pi\mu)}{6n\pi\mu \cosh^2 n\pi\mu - \rho R(\sinh n\pi\mu \cosh n\pi\mu - n\pi\mu)} \quad (12)$$

$$K_n = \frac{2h}{3b} A_f d_n \bar{K}_n \quad \text{ここに } \bar{K}_n = \frac{6}{R} n\pi\mu \cosh n\pi\mu + (\sinh n\pi\mu - n\pi\mu \operatorname{sech} n\pi\mu)(1 - 2\rho k_n) \quad (13)$$

$$\sigma_{s1} = \frac{bW}{hA_w} S_1, \quad \sigma_{s2} = \frac{bW}{hA_w} S_2 \quad (14)$$

$$\text{ここに } S_1 = \sum \frac{6}{\pi^2 \mu} \left\{ \frac{6}{R} \frac{n\pi\mu \cosh n\pi\mu}{K_n} - \frac{\rho R + 3}{\rho R^2 + 2R(1+\rho) + 3} \right\} \frac{1}{n^2}$$

$$S_2 = \sum \frac{6}{\pi^2 \mu} \left\{ \frac{6}{R} k_n \frac{n\pi\mu \cosh n\pi\mu}{K_n} - \frac{\rho R + 3}{\rho R^2 + 2R(1+\rho) + 3} \right\} \frac{1}{n^2}$$

以上の無次元パラメータにおいて $\mu = 0.1$ と固定し S_1, S_2 と R との関係をも ρ を変化させて電子計算機を用いて計算した。その結果を図-2に示す。ただし計算の結果 S_1 と S_2 は大差がないため、図-2には大きい方の S のみを示す。

6. あとがき

本文はラーメン隅角部の上下フランジ厚を変化させた場合 Shear lag はどのように変化するだろうかという疑問に対して考察したものであるが、その結果、従来の推定図よりかなり異なった数値で Shear lag の影響が算出された。従来の方法によるとラーメン隅角部設計において σ_s のしめる比率が 30% 程度現われることがあり、その設計製作においてつねに問題点としてきたが、本文の推定図によると Shear lag による影響そのものが微小であり、無視できるのではないかと思われる。しかしながら、本文はあくまで理論

的に解析したのみにすぎず、実際のラーメン隅角部は構造上製作時の残留応力をはじめ、種々の二次応力が存在すると考えられる。これらの二次応力はその形状、製法などによる固有応力であり *Shear lag* による応力とは性質を異にするものである。設計における一提案としては σ_s として隅角部に余裕をみるよりも単純に 200 kg/cm^2 程度の応力の余裕をみるのが良策でないかと思われる。また、本文の推定図表よりわかるように、上下フランジ厚を変化させても *Shear lag* による応力はほとんど変化しないことがわかる。これにより、上下フランジ厚を変化させても何ら不都合はないと思われる。

おわりに、種々の御指導を賜った大阪大学波田助教授、KK片山鉄工所小澤氏に謝意を表します。

参考文献

1. 薄肉構造の設計施工における諸問題 (土木学会昭和40年夏期講習会テキスト 構造工学における最近の諸問題に載録)
2. 薄肉構造ラーメン隅角部の応力計算について (土木学会論文集第153号)

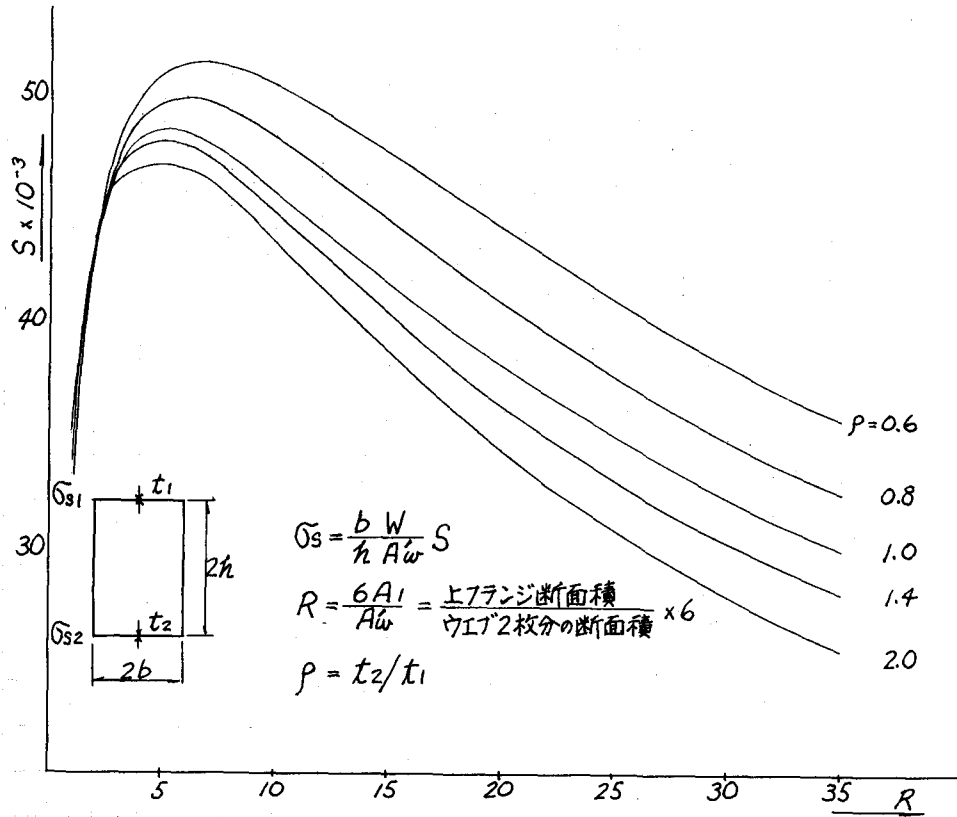


図-2 *Shear lag* 推定図