

## ネットワーク手法と順序づけ問題に関する一考察

京都大学工学部 正員 吉川和宏  
 京都大学大学院 学生員 O 春名 攻

## 1. はじめに.

工事量の急激な増加にともない、近年、工程計画・管理の手法として PERT, CPM を中心とするネットワーク手法が導入され、たちおくりしていた工事管理の分野において近代化への努力が払われている。本研究においては、土木工事にネットワーク手法を導入する場合の工程ネットワークの作成に関する問題点、すなわち近年の大規模工事においては単純な基本工程のくりかえしより工事が遂行される場合が多く、かつ、ネットワークを構成する各作業(アクティビティ)の合目的な順序関係を求める方法が現在のところ明らかでないという点に着目した。しかし、このような工事の工程計画を策定する場合には「順序づけ問題」の概念を導入することが非常に有利であることが明らかであるので、以下においては順序づけ問題について述べるとともに、ネットワーク手法との関係について述べることにする。

## 2. 工程計画と順序づけ問題

一般の土木工事においては、施工技術の面から工事の基本工程があらかじめ与えられる。さらに、この基本工程においてはほとんどの場合「追抜き」が禁止されている。また、一般の施工現場においては、その施工場所をいくつかのゾーンに分割することにより工事を遂行していることを考慮すると、工程計画を策定するに際してつぎのような考え方をとることができる。すなわち、図に示されるような基本工程を5件として考える。さらに施工場所をゾーン  $\{1, 2, \dots, j, \dots, n\}$  に分割すると、ゾーン  $j$  において工程  $i$  を遂行するに要する時間が  $t_{ij}$  として求められる。 $j$  ゾーンにおいて工程  $i$  を行わない場合は  $t_{ij}=0$  とおくことができるので、これらのゾーンすべてに対して同じ工程が与えられると考えられる。ここで、全工程完了時間を最小にすることを評価基準にとるならば、どのような順序で各



基本工程

ゾーンを施工していけば「最小完了時間」が得られるかという順序づけの問題となる。

## 3. 順序づけ問題の解法

$m=2$  の場合については、ジョンソンが開発した解法があるが、近年、 $m=3$  の場合に対して Branch-Bound 手法による解法が開発されてきている。以下においては、一般の場合についての解法の概略を述べることにする。まず、記号の定義を行なっておく。

$X$ ; 工程のインデックスの集合,  $X = \{1, 2, \dots, i, \dots, m\}$ 。

$Y$ ; ゾーンのインデックスの集合,  $Y = \{1, 2, \dots, j, \dots, n\}$ 。

$J_r$ ;  $r$  個のゾーンよりなる順列。

Time  $M_r(J_r)$ ;  $J_r$  に含まれる  $r$  個のゾーンのうち最後のゾーンが工程  $i \in X$  を終了するまでの時刻。

以上のように記号を定義すると Lower Bound,  $LB(J_r)$  が次式で与えられる。

$$LB(J_r) = \max_{i \in X} \left\{ \text{TIME } M_i(J_r) + \sum_{j \in J_r} t_{ij} + \min_{j \in J_r} \sum_{k=i+1}^{n_i} t_{kj} \right\} \quad (1)$$

ここで,  $\text{TIME } M_i(J_r)$  は次式で求められる。

$$\left. \begin{aligned} \text{TIME } M_i(J_r) &= t_{ij} + \max \{ \text{TIME } M_{i-1}(J_r), \text{TIME } M_i(J_{r-1}) \}, \\ \text{TIME } M_0(J_r) &= 0, \text{TIME } M_i(J_0) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

上式からあきらかなように  $LB(J_r)$  はつぎのような特性値をあらわす。すなわち、  
『順列  $J_r$  があたえられたとき、はじめの部分に  $J_r$  を含むいかなる順列  $J_n$  に対してでも、残りの順列  $J_r$  をどのようにとっても完了時間が  $LB(J_r)$  以下の値をとることはない。』

この  $LB(J_r)$  を順列  $J_r$  の評価値として用いることにより  $J_n^*$  (最適順序) を求める計算手順がつかのうにあらわされる。

サイクル 1  $J_0$  をリスト  $A_1$  に入れるとともに  $r=1$  とおく。ここで  $J_0 = \Phi$  である。

サイクル 2  $J_{r-1} \in A_1$  の最後の要素のうしろに  $j \in Y - J_{r-1}$  を加え、これを  $J_r$  としてリスト  $A$  に入れるとともに  $J_0$  をリスト  $B$  に入れる。

サイクル 3 式(2)により  $\text{TIME } M_i(J_r)$  を計算する。ただし  $J_{r-1} \in A_1$ ,  $J_r \in A$ ,  $i \in X$ ,  $j \in Y$ 。

サイクル 4 すべての  $J_r \in A$  に対して、式(1)により  $LB(J_r)$  を計算する。

サイクル 5 すべての  $J_r \in A$  に対して、次式が成立するかどうか調べる。

$$LB(J_r) \geq \min_{J_{n-1} \in A_2} LB(J_{n-1}) \quad \text{ただし } A_2 = \Phi \text{ のとき } LB(J_{n-1}) = \infty \text{ とする。}$$

① 上式が成立するときサイクル 11 へ進む。(2) 上式が成立しないときサイクル 6 へ進む。

サイクル 6  $LB(J_r) \geq \min_{J_{n-1} \in A_2} LB(J_{n-1})$  を満たす  $J_r \in A$  をリスト  $B$  へ移す。ただし  $A_2 = \infty$  のとき  $LB(J_{n-1}) = \infty$  とおく。

サイクル 7  $\min LB(J_r)$  を与える  $J_r \in A$  をリスト  $A_1$  に移す。

サイクル 8  $r = n - 1$  かどうか調べる。

(1)  $r < n - 1$  のとき  $r$  を  $r + 1$  としてサイクル 2 へもどる。(2)  $r = n - 1$  のときサイクル 9 へ進む。

サイクル 9  $\min_{J_{n-1} \in A_1} LB(J_{n-1})$  を与える  $J_{n-1} \in A_1$  をリスト  $A_2$  に移す。

サイクル 10  $\min_{J_r \in A} LB(J_r)$  を与える  $J_r^*$  をもとめ、 $J_r^*$  をリスト  $A_1$  に移し  $r^*$  を  $r - 1$  とおいてサイクル 2 へもどる。

サイクル 11  $\min_{J_{n-1} \in A_2} LB(J_{n-1})$  を与える  $J_{n-1}^*$  をもとめ、 $J_{n-1}^*$  をもとめる。

以上の手順において、 $LB(J_{n-1}) = LB(J_n)$  であることが明らかであるから上の各サイクルにおいては  $J_{n-1}$  を対象として計算を行なった。

#### 4. ネットワーク手法による管理

以上の手順で各アクティビティの順序関係が工期最小の評価基準の下で一意的に定められることが明らかになったが、これらのプロジェクトはすぐさまネットワークに変換することからできる。ネットワーク手法においては時間損失を最小にすることを管理目的としているのでネットワークにおける各アクティビティの順序関係を上記のような評価基準のもとで求めることは合理的な方法であるといえる。また、一度ネットワークに表示されれば、従来のネットワーク手法により管理を行なうことが可能となる。