

異方性弾性地山内の応力測定に関する二、三の考察

京都大学 工学部 正員 丹羽 義次
 京都大学 工学部 正員 小林 昭一
 京都大学 大学院 学生員 平島 健一

I. まえがき

従来より岩盤の応力状態を求めるために数多くの試みが行われてゐるが、ほとんどの場合、岩盤を等方等質弾性体と仮定してゐる。しかしながら、岩盤が等方等質であることは実際にはきつめを稀であり、したがつて等方等質弾性体と仮定した応力測定法では測定値にかなりの誤差が生じることが考えられる。ここでは岩盤を等質直交異方性弾性体と考え、埋設型光弾性円筒ゲージを用いた場合の応力測定に関する二、三の考察を行つた。

II. 直交異方性弾性体内の円孔周縁の変位分布

直交異方性弾性体の無限遠に等分布一軸荷重 p が図-1のように弾性主軸 E と角 φ だけ傾いて作用した場合の自由境界を有する円孔(半径 a) 周縁の変位 U_r, U_θ は次式で与えられる。

$$U_r = -\frac{pa}{E} \{ (\alpha_1 + \beta_1) + (\alpha_2 + \beta_2) \sin 2\theta + (\alpha_1 - \beta_1) \cos 2\theta \} \quad (1a)$$

$$U_\theta = -\frac{pa}{E} \{ (\beta_2 - \alpha_2) + (\beta_1 - \alpha_1) \sin 2\theta + (\alpha_2 + \beta_2) \cos 2\theta \} \quad (1b)$$

ここに

$$\alpha_1 = a_{11} \{ (1+n) \cos^2 \varphi - R \sin^2 \varphi \}, \quad \alpha_2 = \{ a_{11}(n+R) + a_{12} + \frac{1}{2} a_{66} \} \sin \varphi \cos \varphi$$

$$\beta_1 = a_{22} \{ -\frac{1}{R} \cos^2 \varphi + (1 + \frac{n}{R}) \sin^2 \varphi \}, \quad \beta_2 = \{ a_{22} + \frac{1}{2} a_{66} + \frac{a_{12}}{R} (1+n) \} \sin \varphi \cos \varphi$$

上式中の $a_{11}, a_{12}, a_{22}, a_{66}$ の各係数は直交異方性体の弾性係数に關係したものであり、平面応力状態の場合には

$$a_{11} = 1/E_1, \quad a_{22} = 1/E_2, \quad a_{12} = -\nu_1/E_1 = -\nu_2/E_2, \quad a_{66} = 1/G_{12}$$

平面ひずみ状態の場合には

$$a_{11} = (1 - \nu_1 \nu_2)/E_1, \quad a_{22} = (1 - \nu_{23} \nu_{32})/E_2, \quad a_{12} = -(U_{12} + \nu_{23} \nu_{32})/E_1, \quad a_{66} = 1/G_{12}$$

でそれぞれ与えられる。さらに R, n は次式で示すような値をとる。

$$R = \sqrt{a_{22}/a_{11}}, \quad n = \sqrt{\frac{2(a_{12} + a_{66})}{a_{11}}} + 2R$$

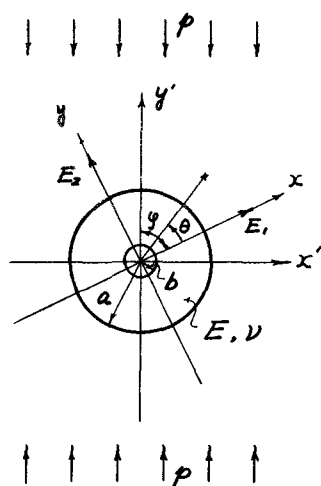


図-1

III. 境界条件およびゲージ内の応力変位

埋設型光弾性ゲージ(等方等質)の弾性係数を岩盤のそれにくらべて十分に小さいものとするれば、この岩盤内に光弾性円筒ゲージを埋設した場合、近似的には岩とゲージの境界において変位成分のみが連続してゐると思つてよい。このように仮定すると、光弾性ゲージに与えられる境界条件は次のようになる。

$$r=a \text{ において } U_r = U_r', \quad U_\theta = U_\theta' \quad (2a)$$

$$r=b \text{ において } U_r = 0, \quad U_\theta = 0 \quad (2b)$$

ここに U_r, U_θ および U_r', U_θ' はそれぞれ光弾性ゲージの変位および応力を表す。この境界条件を仮定すると埋設ゲージの応力関数 ϕ は、変位の一価性なるに U_r, U_θ との係数比較により次式で与えられる。

$$\phi' = A_0 r^2 + B_0 \log r + (A_2 r^4 + B_2 r^2 + C_2 r^2 + D_2) \cos 2\theta + (A_2 r^4 + B_2 r^2 + C_2 r^2 + D_2) \sin 2\theta \quad (3)$$

これから光弾性ゲージ内の応力、変位は、ゲージが平面応力状態であるとすると、この応力関数 ϕ を用いて、

$$\sigma_r' = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi'}{\partial r}, \quad \sigma_\theta' = \frac{\partial^2 \phi'}{\partial r^2}, \quad \tau_{r\theta}' = -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi'}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi'}{\partial \theta} \quad (4)$$

$$u_r' = -\frac{1+\nu}{E} \frac{\partial \phi'}{\partial r} + \frac{\nu}{E} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad u_\theta' = -\frac{1+\nu}{E} \frac{\partial \phi'}{\partial r} + \frac{\nu}{E} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (5)$$

で与えられる。ここに E, ν はゲージの弾性係数、ポアソン比を示し、 ψ は変位関数である。ゲージが平面ひずみ状態の場合は上式の E, ν の代わりに $E/(1-\nu^2), \nu/(1-\nu)$ を代入してやればよい。(4),(5)式で求められた応力および変位式中の未知係数は境界条件(2a)(2b)式からすべて決定され、したがって円筒ゲージ内に生じる応力変位が完全に求まる。

IV. 光弾性ゲージ内の等色線縞および主軸のずれ

一例として、直交異方性弾性体の無限遠に二軸荷重 p, q が作用した場合に $r = \frac{1}{2}(a-b), r_2 = \frac{1}{2}(a+b)$ の円周上に沿って主応力差を計算してプロットしたものが図-2である。

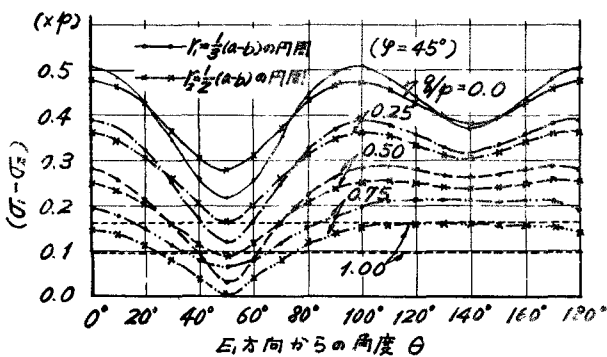


図-2

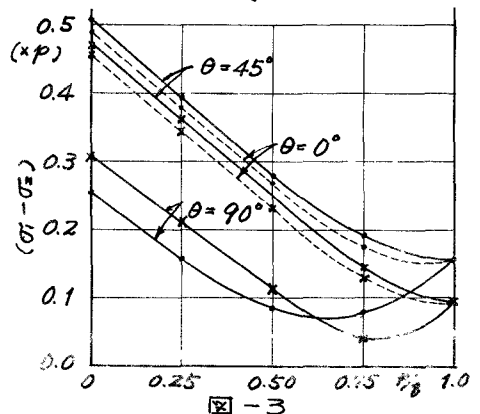


図-3

これは主弾性係数比 $e = E_1/E_2 = 2.0, J = E_1/E = 10.0$, 弾性主軸 E_1 と荷重 p のなす角 ψ を 45° とした場合のものである。図-3は同じ主弾性係数比として θ 一定で r, r_2 の位置における主応力差を δ/p に対して図示したものである。これらの図からわかるように荷重軸と等色線縞の最小(最大)値の方向とは一般に一致しない。図-4は $J = E_1/E = 10.0$ とし、 $e = E_1/E_2$ を4種類に変化させた場合の荷重軸と最小(最大)縞次数の軸のずれ δ を示したものである。(a/b = 5.0)。

V. おまけ

以上、直交異方性弾性体内の応力測定に假設型光弾性ゲージを用いた場合について述べ、二三の計算結果を示した。光弾性ゲージ内の縞から外荷重を求めるための合理的な決定方法については紙面の関係上、講演会当日に譲る。また、上述の解析は境界条件(2)を用いて行なったものであるが、さらに条件を厳密に $r=a$ で $u_r = u_r', u_\theta = u_\theta', \sigma_r = \sigma_r', \tau_{r\theta} = \tau_{r\theta}'$ として解析することも可能であり、現在その数値計算を行なっているのが当日発表する。