密度流中における水質変化の研究

京都大学工学部　正員　合田 健
学生員　○海老瀬潜一
学生員　渡辺正孝

1．はじめに

水系中に存在する貯水池内での流動により水質がいかに変化するかを研究するにあたって，その一部として密度流と水質との関係をとりあげてみる。

貯水池内における密度流の成因には，貯留水と流入水との間の水温差の他に，両者にそれぞれ含まれる濁質や溶質などに基く濃度差が考えられる。これら3つの要因が単独に，あるいは種々の組み合せによって貯留水と流入水間に密度差を生じ，流入水は overflow・interflow・underflow として貯留水中の等密度層に流入し，貯留水はこれに対して循環をおこす。この流動の規模・強さにより混合の程度や滞留時間が異なるため，貯水池内の水は温度，濁質・溶質の濃度（濁度・DOなど），細菌数などの水質変化をもたらす。濁質によるものは洪水後などの一時的なものであり，溶質によるものは下水・工場排水による汚濁などの特殊なものであり，温度によるものは夏季～秋季に定期的に見られるので，水温差に基くものが主体と考えられる。

2．温度躍層とMunk & Andersonの式

温度密度流では池内の水温鉛直分布が重要で，とくに躍層の位置が問題であり，この躍層の上下では流動や水質に著しい相異が見られ，その取り扱い方も違うことが多い。この温度躍層の位置を知る式としては，水温の周期的変化を考慮した熱伝導の理論から導かれたErtelの式と，拡散係数とRi数から導かれたMunk & Andersonの式がある。ここでは河川水温調査会の新井正氏らによる田子倉ダム（只見川）の実測データーとMunk & Andersonの式とを比較検討する。Munk & Anderson両氏によれば，水温－水深曲線での最大曲率点を躍層と定義して，次の(1)式を満たすRi数の位置に躍層が生ずるとしている。

$$\frac{\partial^2 Ri}{\partial z^2}+\frac{1}{2}\beta_T(1+\beta_T Ri)^{-1}\left(\frac{\partial Ri}{\partial z}\right)^2=0 \qquad (1)$$

ここで，$Ri=\frac{g}{\rho}\cdot\left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)\Big/\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2$ であり，z方向は水面より鉛直下方である。また β_T は安定成層での渦動熱拡散係数 $A_T=A_0(1+\beta_T Ri)^{-\frac{3}{2}}$ に現われる消散係数であり，実験より $\beta_T=3.33$ としている。A_0 は無成層状態の場合の A_T の値である。

田子倉ダムでの水温と流速のデーター（1961～1963年の夏）より水深1m毎にRi数を計算して(1)式の左辺の値を求めると，温度勾配により躍層と考えられる位置では(1)式の左辺の値は 10^{-4} のオーダーで0であるが，その他第2躍層やそれ以外の位置でも(1)式の左辺の値は≈0となる場合がある。これは貯水池の水温鉛直分布が典型的な成層温度分布をしているにもかかわらず，流速分布の形状は凹凸が多いためである。これは貯水池の水路の複雑な形状に基く流速分布の特異性によるものと考えられ，水温が典型的な成層温度分布の場合には流速分布の形状が(1)式の左辺に大きい影響をもつと考えられる。

3．貯水池密度流の実験施設について

貯水池内での種々の流動パターンに対する水質変化の研究のために，とくに密度成層流をつくることに重点をおいて次のような模型実験槽を設けた。この貯水池模型実験槽は，長さ 500 cm，幅 60 cm，深さ 30〜130 cm で，1/5 の池底勾配を有し，一側面は観測のためにガラス張りのステンレス製の槽である。また鉛直方向に水温勾配つけるため池底下部はパイプ冷却式になっており，水面上からは熱を加え水温勾配を強化することもできる。この実験槽による実験結果は講演時に述べる予定である。

4．粘性を考慮した渦度方程式

密度流において，とくに注目される内部境界面，すなわち密度が急激に変化する躍層付近における渦度の果す役割を考えるために次のように渦度方程式について考えてみる。

C.S.Yih 氏の理論によれば，非圧縮性非均質流体中の任意の閉曲面内で循環をとり，その時間微分が 0 である面において成層をなすとし，密度は変化し，粘性は考慮しない場合の渦度方程式（(2)式）と循環の時間的変化の

$$\frac{D\xi}{Dt}=\frac{\partial\xi}{\partial t}+(\mathbf{u}\,\mathrm{grad})\,\xi=(\xi\,\mathrm{grad})\,\mathbf{u}+\frac{1}{\rho^2}(\mathrm{grad}\,\rho\times\mathrm{grad}\,p) \qquad (2)$$

$$\frac{D\Gamma}{Dt}=\iint_S\left(\mathrm{grad}\,\frac{1}{\rho}\times\mathrm{grad}\,p\right)dS \qquad (3)$$

ただし，ξ は vorticity component である。

さらに密度変化の他に，粘性をも考慮した渦度方程式を，上述の C.S.Yih 氏の式と同様の手法で導くことができる。Navier−Stokes の方程式の第1式，第2式より cross-differentiation を行ない，整理すると次の式(4)となる。

$$\frac{D\xi_3}{Dt}=\xi_\alpha\frac{\partial u_3}{\partial x_\alpha}+\frac{1}{\rho^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial x_1}\frac{\partial p}{\partial x_2}-\frac{\partial\rho}{\partial x_2}\frac{\partial p}{\partial x_1}\right)-\frac{\mu}{\rho^2}\left[\frac{\partial\rho}{\partial x_1}\left(\frac{\partial^2u_2}{\partial x_\alpha^2}\right)-\frac{\partial\rho}{\partial x_2}\left(\frac{\partial^2u_1}{\partial x_\alpha^2}\right)\right]+\frac{\mu}{\rho}\frac{\partial^2\xi_3}{\partial x_\alpha^2} \qquad (4)$$

ただし，ξ は vorticity component であり，$\frac{\partial}{\partial x_\alpha}=\frac{\partial}{\partial x_1}+\frac{\partial}{\partial x_2}+\frac{\partial}{\partial x_3}$ である。

$D\xi_1/Dt$，$D\xi_2/Dt$ についても同様の式が導ける。

(4)式の右辺第1項は渦線の向き，および伸びの変化による渦度 ξ の変化の割合を表わし，右辺第2項は密度変化による渦度 ξ の生成を表わし，右辺第4項は粘性による渦度の拡散を表わす。ところで右辺第3項はどのような意味をもつか考えてみる。速度の不連続断面は小さい渦が数多く並んだ渦の層で，不安定である。この面の上下では $(p+\frac{\rho}{2}q^2)$ の値は異なり，静止状態から始まる完全流体の渦なしの流れでは不連続断面は現われない。したがって不連続断面ができるには，粘性などの作用が必要である。ゆえに，右辺第3項は粘性の影響による渦の減衰を表わす項であると考えられる。

参考文献

1) W.H. Munk & E.R. Anderson："Notes on a Theory of the Thermocline" J. of Maline Research vol.VII 3, 1948

2) Chia−Shun Yih："Dynamics of Nonhomogeneous Fluids" Macmillan Company 1966