上水需要構造の一考察

京都大学工学部　正員　工修　山田　淳

1. はじめに

上水道施設の計画設計にあたり現在基準値として用いられているものに次のような項目がある。

1). 日水量　日平均使用水量は基本構想に，日最大給水量は，取水，導水，浄水場の設計に用いられている。

2). 時間水量　時間水量変動，時間最大水量は，配水池や給水管の設計，配水制御などに使われている。

そしてこれらの水量予測の手段としては，社会現象（経済，習慣，政策など）や時系列を指標としたマクロ分析と，単位水量から積上げてゆくミクロ分析とが考えられる。しかし，このどちらの分析を行なう場合にも，1）と2）の関係，すなわち日平均－日最大－時間最大の関係が，あるαとつの係数で表現されるにとどまっていたので，その理由づけはきわめてあいまいであった。この研究は，使用者個々の利用状態を把握することによってこれを数時表示し，1），2）の関係を，分布関数を用いて統計確率的に取扱うことを試みたものである。

2. 需要量分布型の検討

水使用者が水栓を利用する延時間は，一般にかなり少なく，大部分の時間は閉栓している。もしある時間内に水を利用した回数を数えるならば，利用回数が増加するにしたがってその生起頻度は減少していくことがわかっているので，この利用回数－生起頻度曲線を近似的に指数分布にしたがうものと仮定できる。ところが，使用頻度と使用水量は，巨視的にみて比例すると考えられるので，使用水量－頻度もまた指数分布にしたがうとみて，

$$f(x)=\lambda e^{-\lambda x} \tag{1}$$

とあらわす。ここでxは水量，λは定数，f(x)は密度関数である。

指数分布にしたがうかどうかは，検定する必要があるが，一般に需要の多い時刻は，その時間幅（これを試長という）における同時使用確率が高いために，ピークがあらわれてしまう。このピーク付近の分布型は試長によって大きく変化することから，試長の時間が問題となる。京都市内の家庭における実測結果では，多需要時刻（午前8時～10時）で試長30分，一般には試長1時間で十分と思われた。

指数分布は，定数λによってその分布型を決定できるので，各時間帯毎にλを求めて合成する。時間帯の時刻iの分布密度関数は，

$$f_i(x)=\lambda_i \exp(-\lambda_i x) \tag{1$'$}$$

となり，$f_1(x)$と$f_2(x)$が互いに独立なとき，iを1，2についてたたみ込むと

$$f(x)=\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_2)}\left(e^{-\lambda_2 x}-e^{-\lambda_1 x}\right) \tag{2}$$

となって，2倍の時間帯に対する分布が求まるが，たたみ込みの数が多くなると，計算が複雑になるので　このときはλの代表値を定めてこれをn個たたみ込み

$$f^n(x)=\frac{\lambda^n x^{n-1}}{(n-1)!}e^{-\lambda x} \tag{3}$$

となる。(3)式は，各分布が独立な場合のときのみ成立つが，1時間から1日，1日から1週間と合成していくとき，分布の間には0でない相関係数が存在する。相関係数$\rho=1$のとき，指数分布をn個たたみ込むとき，分布関係は次式のようになる。

$$f^n(x)=\frac{\lambda}{n}e^{-\frac{\lambda}{n}x} \tag{4}$$

これは，$\lambda'=\lambda/n$とおいたときの定数をλ'とする指数分布にほかならない。相関係数ρを，完全相関の組み合わせρ，独立な部分$(1-\rho)$とにわけて，実際の分布を表わすと，

$$f^n(x)=\rho\cdot\frac{\lambda^n x^{n-1}e^{-\lambda x}}{(n-1)!}+(1-\rho)\cdot\frac{\lambda}{n}e^{-\frac{\lambda}{n}x} \tag{5}$$

となる。ρが増すにしたがってピークは左へ移動する。

合成する時間の単位に応じてρを求めておけば，基本の指数分布の変化にともなう長時間の需要分布の応答を求めることができる。$n=4$，$\lambda=0.5$のときの合成結果を図－1に示す。

3. 推移確率を用いた需要予測

需要水量分布を離散的な階級分布になおして，単位時刻における推移状態を確率的に表わすならば，有限マルコフ連鎖を構成すると考えることができる。

時点nから$n+1$へ推移するとき，階級iから階級jへ推移する確率がPであるとき，

$$p_{ij}^{(n,n+1)}=P(x_{n+1}=j\mid x_n=i) \tag{6}$$

とおけば，

$$p_{ij}^{(n,n+1)}\geq 0\ (i,j=1,\ 2,\ \cdots)\qquad \sum_j p_{ij}^{(n,n+1)}=1 \tag{7}$$

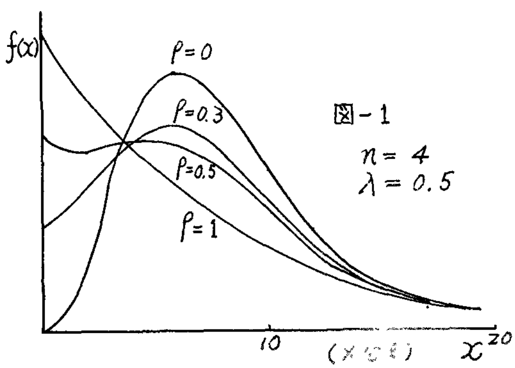
となる。Pは確率行列である。

密度分布の行ベクトルを$\pi(n)$とすると，

$$\pi(n+1)=\pi(n)P^{(n)} \tag{8}$$

となり，初期状態$\pi(0)$と推移確率行列$P^{(n)}$を与えれば，任意のnにおける分布を求めることができる。

水需要の場合，将来予測に使う基礎データは2カ月ないし1カ年の水量が適当と思われ　1カ年の場合Pは一様として扱い，2カ月の場合Pが季節によって変化するので，季節毎のPを求めて使用することが必要である。



図－1

実測値による検討結果は講演時にのべる。