

## 鋼板セル式岸壁に作用する間隙動水圧に関する研究

京都大学工学部 工博 正員 長尾義三  
 京都大学工学部 工修 正員 黒田勝彦  
 兵庫県土木部港湾課 正員 陰山 凌

## 緒言

近年防波堤や岸壁等の港湾構造物あるいは橋梁下部構造として円筒形セル構造が採用されたがこれらの耐震性については不明の問題が多く残されている。一般にかような構造物は水と土の混在する地点に建設されることが多く、水で飽和された土砂の地震時の挙動は他の構造物と同様セル構造物の耐震性においても重要な問題の一つである。そこで、本研究ではこれを解明するために先ず、間隙水の挙動を知る必要があると考え理論的な解析を試みた。一部は既に発表したが、今回はこれをまとめて発表するものである。

## 1. 間隙動水圧の理論解

解析に際しては以下のような仮定を設けた。1) 構造物は基礎地盤上に固定されており水平単弦地動を受けるものとする。2) セルの中詰めおよび裏込め土砂は均等均質とし、その変位は間隙水の変位に比して無視できるものとする。3) 間隙水は圧縮性流体とし、ダルシーの法則に基づく粘性摩擦が働くものとする。以上の仮定のもとに Navier-Stokes の運動方程式を適用し、高次の微小量を無視すると図-1 のような円筒座標系において、速度ポテンシャル  $\phi$  に関するつぎの波動方程式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \quad \text{--- (1)}$$

また境界条件は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \left( -\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_{r=0} &= 0, & \left( -\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_{r=R} &= 0 \\ \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_{z=0} &= 0, & (\phi)_{z=H} &= 0 \\ \left( \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_{r=R} &= -\frac{\partial V}{\partial t} \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (2)}$$

以上において  $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  は水中での音波の伝播速度、 $\lambda$  および  $n$  は間隙率および透水係数、 $g$  は重力加速度、 $\eta$  は残留水位である。ここで地動が  $y = i e e^{i \omega t}$  で与えられるものとする。境界条件 (2) を満足する (1) 式の定常解は高次の微小量を無視してセル内壁および外壁に関するものをそれぞれ添字  $i$  および  $o$  を附すと次式で与えられる。

$$\phi_i = \left[ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{8 S g}{\omega \lambda_m} \frac{\sin \alpha_m R}{\sin 2 \alpha_m R + 2 \alpha_m R} \frac{J_1(\lambda_m r)}{J_1(\lambda_m R) - J_2(\lambda_m R)} \cos \alpha_m z + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8 S g}{\omega \lambda_n} \frac{\sin \alpha_n z}{\sin 2 \alpha_n R + 2 \alpha_n R} \frac{I_1(\lambda_n r)}{I_0(\lambda_n R) + I_2(\lambda_n R)} \right] \cos \theta \cdot e^{i \omega t} \quad \text{--- (3)}$$

$$\phi_o = \left[ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{8 S g}{\omega \lambda_m} \frac{\sin \alpha_m R}{\sin 2 \alpha_m R + 2 \alpha_m R} \frac{Y_1(\lambda_m r)}{Y_0(\lambda_m R) - Y_2(\lambda_m R)} \cos \alpha_m z + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8 S g}{\omega \lambda_n} \frac{\sin \alpha_n z}{\sin 2 \alpha_n R + 2 \alpha_n R} \frac{K_1(\lambda_n r)}{K_0(\lambda_n R) + K_2(\lambda_n R)} \right] \cos \theta \cdot e^{i \omega t} \quad \text{--- (4)}$$

ここに  $\alpha = \frac{\omega r}{c}$  は震度に対応するものであり、 $J_n, I_n, Y_n, K_n$  はそれぞれ  $n$  次のベッセル関数、変形ベッセル関数、イイマン函数である。 $\lambda_m, \alpha_m, \lambda_n$  は次式で与えられる。

$$\alpha_m = \frac{(2m-1)\pi}{2R}, \quad \lambda_m^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \alpha_m^2 - i \frac{\omega}{c} \frac{1}{R}, \quad \lambda_n^2 = \alpha_n^2 - \frac{\omega^2}{c^2} + i \frac{\omega}{c} \frac{1}{R} \quad (m=1, 2, \dots) \quad \text{--- (5)}$$

0 長尾義三、黒田勝彦 “鋼板セル型岸壁に作用する間隙動水圧に関する研究” 第42 土木学会の西支部年次学術講演要録 (IX-24)

ところで粘性流体に関する圧力方程式は  $\frac{P}{\rho} = F(t) + \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial F}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right) - g(z - z_0) - \nu \nabla^2 \phi$  で与えられる。式(3),(4)の結果を上式に代入し、円筒の単位深さ当りに作用する圧力の  $\gamma$  軸方向の成分  $P_{\gamma}$ ,  $P_{\theta}$  を求めると次式で与えられる。

$$P_{\gamma} = \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \delta^2 g J_0^2}{\lambda \omega^2 e} \frac{\sin \alpha_n R}{\sin 2 \alpha_n R + 2 \alpha_n R} \frac{J_1(\lambda_n R)}{J_0(\lambda_n R)} - \cos \alpha_n z + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \delta^2 g J_1^2}{\lambda \omega^2 e} \frac{\sin \alpha_n R}{\sin 2 \alpha_n R + 2 \alpha_n R} \frac{J_1(\lambda_n R)}{J_1(\lambda_n R) + J_1(\lambda_n R)} - \cos \alpha_n z \right] e^{i \omega t}$$

$$P_{\theta} = \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \delta^2 g J_0 J_1}{\lambda \omega^2 e} \frac{\sin \alpha_n R}{\sin 2 \alpha_n R + 2 \alpha_n R} \frac{Y_1(\lambda_n R)}{Y_0(\lambda_n R)} - \cos \alpha_n z + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \delta^2 g J_1^2}{\lambda \omega^2 e} \frac{\sin \alpha_n R}{\sin 2 \alpha_n R + 2 \alpha_n R} \frac{K_1(\lambda_n R)}{K_0(\lambda_n R) + K_0(\lambda_n R)} - \cos \alpha_n z \right] e^{i \omega t}$$

これは透水係数  $\delta \rightarrow \infty$  のとき後藤土岐らによって導かれた式<sup>2)</sup>に一致する。

## 2. 水の圧縮性・間隙率・透水係数等の影響について

水の圧縮性は固有値  $\lambda_n$  において体積弾性率  $K$  を含む  $\alpha_n$  の項の影響として表わされ、間隙率・透水係数の影響は虚数部分と実数部分の関係において表わされる。このことから上記の三要素が圧力算定に際し影響する範囲は構造物の高さ  $h$  と地動周期  $T$  との関係で示すと  $\delta \geq CT/4\sqrt{1+\sin \delta T}$  となり、計算の一例が図-2 に示されている。

## 3. 間隙動水圧の共振に関する吟味

圧力算定式  $P_{\gamma}$ ,  $P_{\theta}$  において圧力が無極大になる可能性があるのは  $\lambda_n \rightarrow 0$  のときであり、共振について  $\lambda_n \rightarrow 0$  を含む項のみを検討すれば十分である。ベッセル函数の漸化式  $J_2(x) = \frac{2}{x} J_1(x) - J_0(x)$ ,  $J_1(x) = -\frac{2}{x} J_2(x) + J_0(x)$ ,  $Y_2(x) = \frac{2}{x} Y_1(x) - Y_0(x)$ ,  $K_2(x) = \frac{2}{x} K_1(x) + K_0(x)$  および  $\lambda_n \rightarrow 0$  のときの近似式  $J_0(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \left( \frac{\cos x}{2} \right)$ ,  $J_1(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \left( \frac{\sin x}{2} \right)$ ,  $Y_0(x) \approx -\sqrt{\frac{2}{\pi x}}$ ,  $K_0(x) \approx \frac{1}{2 \sin \frac{x}{2}} \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \left( \frac{1}{\sin \frac{x}{2}} \right)^n$ ,  $Y_1(x) \approx \frac{2}{x} \left( \log \frac{x}{2} + C \right)$ ,  $K_1(x) \approx \log \frac{x}{2} - C$  を用いると,  $\lim_{\lambda_n \rightarrow 0} \frac{J_1}{\lambda_n (J_0 - J_2)} = \frac{1}{2}$ ,  $\lim_{\lambda_n \rightarrow 0} \frac{J_1}{\lambda_n (J_0 + J_2)} = \frac{1}{2}$ ,  $\lim_{\lambda_n \rightarrow 0} \frac{Y_1}{\lambda_n (Y_0 - Y_2)} = -\frac{1}{2}$ ,  $\lim_{\lambda_n \rightarrow 0} \frac{K_1}{\lambda_n (K_0 + K_2)} = \frac{1}{2}$  となり、いずれも有限確定値となり、セル構造物に働く間隙動水圧については共振が生じないことが証明される。

## 4. 間隙動水圧に関する模型実験

1. で得られた理論値を検証するため市販の鋼管でセルの模型を製作し標準砂、相馬砂、荒砂の透水係数の異なる三種の材料で実験を行なった。またセルに働く乾燥砂の動圧、飽和砂の動圧も合わせて実験を行なったが、図3~図7 はこのうちの一部であり紙面の関係上、ここに掲げることができないので講演時に詳しく説明したい。

