

波力による円柱の振動特性について

京都大学工学部 正 員 土屋義人
 広島大学工学部 正 員 〇 名合宏之
 京都大学大学院 学生員 三橋郁雄

本研究は可撓性構造物に作用する波力 およびその波力による構造物の応答特性を解明するための基礎的研究として、規則波の作用を受ける細長い円柱の動的応答特性について考察したものである。

1. モデル モデルとして、図-1に示すように、規則波による一端固定、他端自由な円柱の運動を考える。この場合、円柱は弾性体の曲げ振動をおこなうものとする。水粒子速度および加速度は微小振幅波理論より得られる値を採用する。円柱の長さは静水位までの水深にひとしく、直径に較べて十分大きいものとする。また円柱の長さ方向に曲げ剛性は一定とする。

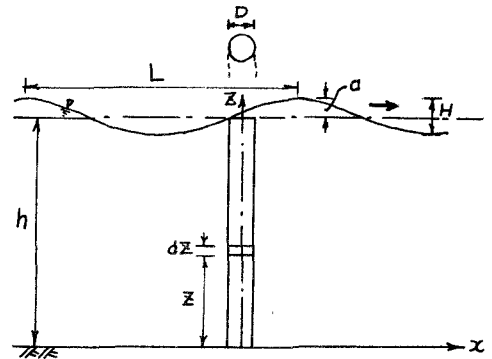


図-1 モデル

2. 基礎方程式 波動中における円柱に作用する流体力は種々考えられるが、従来の波力公式と同じように、抗力係数 C_D および仮想質量係数 C_M を用い、円柱の速度を考慮すれば、円柱の微小部分に作用する流体力 dF はつぎのようにあらわされる。

$$dF = \frac{1}{2} \cdot C_D \rho D (U - \partial x / \partial t) |U - \partial x / \partial t| dz + C_M \rho \pi D^2 / 4 \cdot \partial^2 (U - \partial x / \partial t) / \partial t^2 dz \quad (1)$$

ここに、 ρ は水の密度、 U は水粒子速度の水平成分、 D は円柱の直径、 x は円柱の静止位置より波の進行方向の変位量である。この式の第1項は非線型であり、以下の取り扱いが困難であるため、新しい係数 γ を導入してこれを線型化すると結局流体力はつぎようになる。

$$dF = \frac{1}{2} \cdot \gamma \rho D (U - \partial x / \partial t) dz + C_M \rho \pi D^2 / 4 \cdot \partial^2 (U - \partial x / \partial t) / \partial t^2 dz \quad (2)$$

ここに、 $\gamma = C_D |U - \partial x / \partial t|$ であり、以下これを定数として取り扱う。

式(2)であらわされる流体力を受ける円柱の微小部分の運動方程式は つぎのようにあらわされる。

$$\gamma \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -\gamma EI \frac{\partial^4 x}{\partial z^4} - \gamma \rho I \frac{\partial^5 x}{\partial t \partial z^4} - \frac{1}{2} \gamma \rho D (U - \frac{\partial x}{\partial t}) - C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial^2 (U - \frac{\partial x}{\partial t})}{\partial t^2} \quad (4)$$

ここに、 γ は円柱の密度、 E は弾性係数、 I は断面2次モーメント、 ρ は円柱の粘性抵抗係数である。この式の左辺は慣性力、右辺第1項は復元力、第2項は構造減衰力、第3項および第4項は流体力をあらわしている。この式を整理すれば基礎方程式として、結局つぎの振動方程式が得られる。

$$(\gamma + C_M \rho) \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \gamma EI \frac{\partial^4 x}{\partial z^4} + \gamma \rho I \frac{\partial^5 x}{\partial t \partial z^4} + \frac{1}{2} \gamma \rho D \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{1}{2} \gamma \rho D U + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \quad (5)$$

3. 基礎方程式の解 式(5)において水粒子速度 u として微小振幅波理論より求める値を用いれば、その解はつぎのようにあらわされる。

$$\chi = \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i Z_i, \quad (6)$$

$$\text{ここに, } \varphi_i = \frac{(k_i^2 - p^2)b'_i - 2G_i p a'_i}{(k_i^2 - p^2)^2 + (2G_i p)^2} \cos pt + \frac{(k_i^2 - p^2)a'_i + 2G_i p b'_i}{(k_i^2 - p^2)^2 + (2G_i p)^2} \sin pt,$$

$$Z_i = C_i [(\sin k_i z - \sinh k_i z) + E_i (\cos k_i z - \cosh k_i z)],$$

$$a'_i = \frac{2g p}{\pi D h (\gamma + C_M p)} \cdot \frac{p a}{\sinh m h} \int_0^h \cosh m z Z_i dz, \quad b'_i = \frac{C_M p^2 a}{h (\gamma + C_M p)} \int_0^h \cosh m z Z_i dz,$$

$$G_i = \frac{2g \rho I k_i^4 + g p D}{\pi D^2 (\gamma + C_M p)}, \quad k_i^2 = \frac{4g E I k_i^4}{\pi D^2 (\gamma + C_M p)}, \quad C_i = \frac{\sinh k_i h - \sinh k_i h}{\sinh k_i h \cdot \sinh k_i h}, \quad E_i = \frac{\cosh k_i h + \cosh k_i h}{\sinh k_i h - \sinh k_i h}$$

k_i : 固有値, a : 波の振幅, p : 波の円振動数, $m = 2\pi/L$, L : 波長

4. 円柱の振動特性 波動特性に対する円柱の振動特性を式(6)によって計算した結果は図-2および図-3に示すとおりである。計算の対象としたモデルは今後実験に用いることが予定されているアクリライト製円柱であって、長さ 79.3 cm 、直径 1.52 cm 、断面2次モーメントは 0.2047 cm^4 、平均密度は 0.625 g/cm^3 である。また、弾性係数 E 、円柱の粘性抵抗係数 β 、流体の粘性抵抗係数 γ および仮想質量係数 C_M の値は空中および静水中における自由振動実験より求めた結果、それぞれ $5.1 \times 10^7\text{ g/cm}^2$ 、 $6.04 \times 10^{-4}\text{ g-sec/cm}^2$ 、 14.04 cm/sec および 1.36 であった。これらの図における δ は円柱上端の最大変位量をあらわしている。また、計算値は式(6)における $i=1$ の場合の値である。これらの図よりつぎのことがわかる。波形こう配 H/L が一定の場合 δ/h は水深波長比 h/L が増大するにつれ、急激に減少する。また水深波長比 h/L が増大するにつれこう配 H/L が増大すれば δ/h は直線的に増大する。

以上は式(6)に含まれる流体の粘性抵抗係数 γ を一定として得られた結果であるが、 γ は

種々の水理条件によ
て当然変化すること
が考えられるので、今後
この点について実験
的に検討をすすめて
いくことが必要と考
えられる。

最後に、本研究の実
施にあたり御指導い
ただいた岩佐義朗教
授に厚く謝意を表す
る。

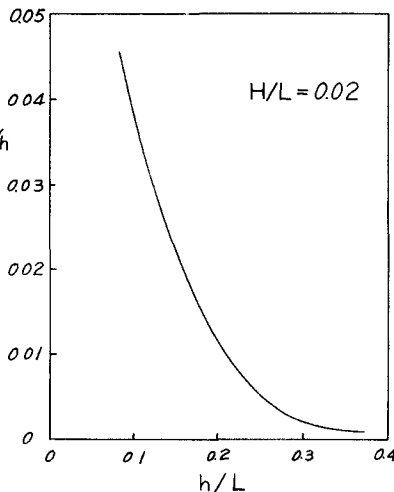


図-2 $h/L \sim \delta/h$

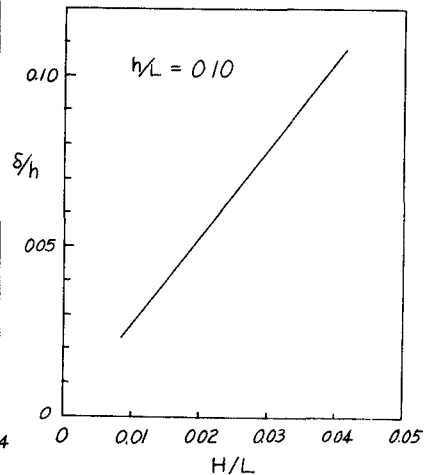


図-3 $H/L \sim \delta/h$