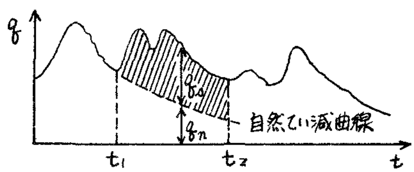
利水用貯水池群の最適利用について

京大防災研　正員　○石原安雄
東京都水道局　〃　石井健睿

水資源開発の結果として、各所に貯水池が建設されているが、これらの貯水池を総合的に操作すべきことはいうまでもない。水系に存在する貯水池には、治水・利水をかねた多目的のもの、利水のみのものなどいろいろあるが、本研究は利水上基本的にどんな方針で操作すべきかについて考究したものである。すなわち、利水上は利用できる水をなるべく多くすることが基本と考えられるので、貯水池から無駄に放流される水を最小にすること、換言すると将来の流出量をできるだけ多量に貯留できるような操作を最適としたのである。

1. 流量時系列の予測

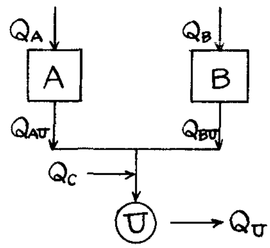
貯水池群の操作を考える場合、流量時系列の予測がもっとも重要である。降水の予測は非常に困難であるとし、流量時系列、すなわち流況が図－1のようであったとしよう。時刻t_1において将来の流況をみた場合、降雨がなければ自然てい減するはずである。したがって、ある期間(t_2-t_1)の間の総流量は、自然てい減に基づく $Q_n=\int_{t_1}^{t_2} q_n dt$ と、降水に基づく $Q_s=\int_{t_1}^{t_2} q_s dt$ との和で与えられる。前者はt_1までの情報によって完全に予測できるが、後者は降水に基づくので予測が難しい。さらに、t_2-t_1の期間を5～10日にとって、Q_sの時系列的性質を調べたところ、互いに独立な量として取扱ってよいことが明らかになった。すなわち、流量時系列を、完全に予測できる量Q_nと確率的にしか予測できない量Q_sとの和で表わすことができることが示されたわけである。



図－1　流量時系列

2. 並列にある貯水池群の最適利用

簡単のために、図－2のようにA B 2つの貯水池が並列にあり、その下流に取水地点UがあってQ_Uを取水する場合を考える。この系においては、両貯水池への流入量Q_A, Q_Bと、両貯水池と取水地点との間の残流域からの流入量Q_Cとの3つが入力であるが、それぞれの入力は、完全に予測できるQ_{An}, Q_{Bn}, Q_{Cn}と、確率的にしか予測できないQ_{As}, Q_{Bs}, Q_{Cs}とからなっている。さて、上述の最適条件に合致した貯水池群の操作とは、図－1の時刻t_1において、両貯水池からの供給水量Q_{AU}, Q_{BU}をきめて時刻t_2まで操作したとするとき、その間に両貯水池に貯えられる水量の期待値が最大となるようにすることである。すなわち、完全予測が可能な量Q_{An}, Q_{Bn}, Q_{Cn}は確定量であるから



図－2　並列貯水池群

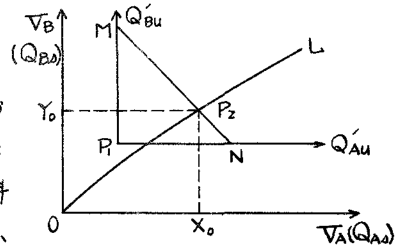
$$Q_U = Q_{AU} + Q_{BU} + Q_{Cn} \qquad \text{------------------------------} (1)$$

で与えられるが、さらにつぎのように書くことができる。

$$(Q'_{AU}+Q_{An})+(Q'_{BU}+Q_{Bn})+Q_{Cn}=Q_U,\quad \text{よって}\quad Q'_{AU}+Q'_{BU}=Q_U-(Q_{An}+Q_{Bn}+Q_{Cn}) \text{------} (2)$$

上式において、ダッシュを付した量はt_1において貯水池に貯えられていた水を使って補給すべき水量である。また(2)式の右辺はすべて確定した量であるから一定値としてよい。したがって$Q'_{Au}+Q'_{Bu}=C$という条件でQ'_{Au}とQ'_{Bu}を決定すればよいこととなる。

さて、この決定のための条件は、この期間に確率的にしか予測できない水量$Q_{A\Delta}$ $Q_{B\Delta}$によって増加する貯水量の期待値を最大にすることである。図－3において、縦軸にB貯水池のあいている容量V_B、横軸にA貯水池のあいている量V_Aをとって示すと、t_1においてP_1の状態にあったとし、(2)式によって貯えられていた水を使うとすると、t_2においては図示のように45°の傾斜をもつ線分MNのうえにくる。この場合にMN上のどの点にもっていくのがその期間内の期待貯水量の和を最大にするかを決定すればよい。



図－3

いま、線分MN上の任意の点をP_2とし、その横軸、縦軸の値をX_0、Y_0とすると、上述の期待値は次式で与えられる。$f(Q_{A\Delta},Q_{B\Delta})$は同時分布関数を示す。

$$E=\int_0^\infty\int_0^{X_0} Q_{A\Delta}\cdot f\cdot dQ_{A\Delta}\cdot dQ_{B\Delta}+\int_0^\infty\int_0^\infty X_0\cdot f\cdot dQ_{A\Delta}\cdot dQ_{B\Delta}+\int_0^\infty\int_0^{Y_0} Q_{B\Delta}\cdot f\cdot dQ_{B\Delta}\cdot dQ_{A\Delta}+\int_0^\infty\int_0^\infty Y_0\cdot f\cdot dQ_{B\Delta}\cdot dQ_{A\Delta}\ \text{---(3)}$$

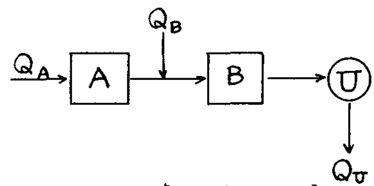
上式においてEが最大値をとる条件を求めると、$Q_{A\Delta}$. $Q_{B\Delta}$のそれぞれの周辺分布関数を$h(Q_{A\Delta})$, $g(Q_{B\Delta})$として、次式で与えられる。

$$\int_0^{X_0} h(Q_{A\Delta})\cdot dQ_{A\Delta}=\int_0^{Y_0} g(Q_{B\Delta})\cdot dQ_{B\Delta}\ \text{------------------------(4)}$$

すなわち、各支川の$Q_{A\Delta}$, $Q_{B\Delta}$の非超過確率が等しい点(以下この点の軌跡OLを等確率線と呼ぶ)にもってくればよいのである。なお、多数の貯水池が並列にある場合も同様の条件が求められる。

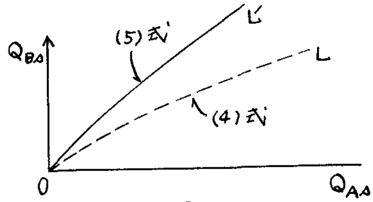
3．直列にある貯水池群の最適利用

直列の場合にも、上と同様に取扱うことができるが、例えば図－4に示すように、2つの貯水池の例では、上流にある貯水池を越流した水も、下流の貯水池Bに余裕があるときには、そこに貯水されるという条件を入れることによって、最適化の計算をすることができる。その結果は次式で与えられる。



図－4 直列貯水池群

$$\int_{X_0}^\infty h(Q_{A\Delta})\cdot dQ_{A\Delta}=\int_{Y_0}^\infty g(Q_{B\Delta})\cdot dQ_{B\Delta}+\int_0^{Y_0}\int_{X_0}^\infty f(Q_{A\Delta}\cdot Q_{B\Delta})\cdot dQ_{A\Delta}\cdot dQ_{B\Delta}\ \text{-------(5)}$$



図－5

4．むすび

以上のように、最適条件を求めることができたが、2,3の計算例では、2つの貯水池群で最大限の補給を行なうとした場合には、単独操作の場合より5%程度利用可能な水量が多くなった。