

土砂輸送に関連するモデル降雨の設定について

大阪大学工学部 正員 室田 明
大阪大学工学部 学生員 〇端 野道夫

1). はしがき

長期河床変動問題の発端である山腹崩壊、土石流等による生産土砂量の経年変化あるいは季節変化を解析するためには、その誘因の一つである降雨の特性をまず検討する必要がある。

水文資料としても最も整備されている降雨について、その特性の確率統計的モデル化を行なえば、得られたモデル降雨を用いたシミュレーションにより、輸送土砂量を確率的に推算することが可能となり、さらには、長期河床変動のトレンドと偏差の予測が可能となるだろう。

ここに設定するモデル降雨は、上述のごとき目的のためのものであり、土砂輸送に関連する降雨を対象とする。以下、モデル降雨のための確率統計学的考察とモデル降雨の設定、および和歌山県有田川上流域(228.8km²)でのその適用について述べる。

2). モデル降雨のための確率統計学的考察

A). 降雨母集団の識別基準 降雨のモデル設定にあたり、降雨強度単位を mm/day とする、次の二つの降雨特性を、降雨母集団の識別基準とする。すなわち、

- (i) 降雨生起特性(降雨日数分布・降雨間隔日数分布)
- (ii) 降雨強度特性(日雨量分布)

これらの識別基準より、降雨生起特性および降雨強度特性が同一と見なせる期間は、一つの降雨母集団を構成すると考えられる。逆に、日雨量分布が同一でも、降雨日数分布あるいは降雨間隔日数分布が異なるような、二つの期間は、それぞれ異なった降雨母集団を構成することになる。

なお、厳密には降雨特性の長期トレンドのあることは一般に認められているところであるが、ここではトレンドを除外した残りの季節変動成分とランダム成分について論じる。

B). 降雨生起特性(降雨日数分布・降雨間隔日数分布) 一つの降雨母集団を構成する、日数 n 日からなる期間について考える。暦年的に、その期間は1年に1度現われるが、その1度の再現時において、日雨量 w mm/day 以上の降雨が1回も起らない(降雨回数0)確率を G_0 、1回起る確率を G_1 、一般に、降雨が r 回起る確率を G_r 、と表わすと、式(1)

$$\sum_{r=0}^n G_r = 1 \quad (1) \quad m = \sum_{r=0}^n r \times G_r, \quad \sigma^2 = \sum_{r=0}^n (r-m)^2 \times G_r \quad (2)$$

となり、このとき降雨母集団は式(2)で表わされる平均 m 、分散 σ^2 の降雨日数分布をもつ。

次に、降雨日数が r 回 ($r \geq 2$) であるとき、ある降雨とその直後の降雨との間隔日数が0日(継続)である確率を $K_{0,r}$ 、間隔日数が1日である確率を $K_{1,r}$ 、一般に、間隔日数が j 日である確率を $K_{j,r}$ とすれば、式(3)となり、このとき、降雨母集団は式(4)で表わされる平均 m_r 、標準偏差 σ_r の降雨間隔日数分布をもつ。

$$\sum_{j=0}^{n-r} K_{j,r} = 1 \quad (3)$$

$$m_r = \sum_{j=0}^{n-r} j \times K_{j,r}, \quad \sigma_r = \sqrt{\sum_{j=0}^{n-r} (j - m_r)^2 \times K_{j,r}} \quad (4)$$

以上のことより，期間(n日)の降雨生起のパターンと，そのパターンの生起確率を次のように算定することができる。

a. 降雨のない確率は G_0 である。

b. 降雨が1回ある場合，その生起確率は，期間中のどの日でも同じであるとするれば，1回の降雨が期間の i_1 日目 ($i_1 = 1, 2, \dots, n$) に生起する確率は G_1/n である。

c. 降雨が2回ある場合，1回目の降雨についてはb.と同様に，どの日の生起確率も等しいと考える。2回目の降雨は，先行する1回目の降雨と j_2 日 ($j_2 \geq 0$) の間隔をもって期間の i_2 日目 ($i_2 = i_1 + j_2 + 1$) に生起するとするれば，2回目の降雨の降雨間隔日数分布は，1回目の降雨の生起する日 i_1 によって変化する。そこで，1回目の降雨が期間の i_1 日目にあるとき，2回目の降雨が j_2 日間隔後に生起し得る確率を $K_{j_2,2}^{(i_1)}$ と表わせば， $K_{j_2,2}^{(i_1)}$ は式(5)より得られるであろう。

$$K_{j_2,2}^{(i_1)} = H_{j_2,2} / \sum_{j_2=0}^{n-i_1-1} H_{j_2,2} \quad (5)$$

ここに， $H_{j_2,2}$ は2回の降雨のあるときの降雨間隔日数 j_2 日の頻度を示す。結局，2回の降雨が期間の i_1 日目 ($1 \leq i_1 \leq n-1$) と i_2 日目 ($i_2 = i_1 + j_2 + 1$, $2 \leq i_2 \leq n$) に生起する確率は，

$$G_2 \times K_{j_2,2}^{(i_1)} / (n-1) \quad \text{である。}$$

d. 一般に，降雨が r 回ある場合，1回目の降雨についてはb.と同様，2回目以後の降雨についてはc.と同様な考え方によると， r 回の降雨が，それぞれ期間の $i_1, i_2, \dots, i_r$ 日目 ($i_1 < i_2 < \dots < i_r$) に生起する確率は式(6)で表わされる。

$$G_r \times \frac{1}{n-r+1} \times \prod_{k=2}^r K_{j_k,r} \quad (2 \leq r \leq n) \quad (6)$$

$$j_k = i_k - i_{k-1} - 1, \quad (r \geq k \geq 2) \quad (7)$$

ここで， j の添字 k は i の添字 k に対応しており， j_k と i_k との関係式(7)が成立する。

また，式(5)を一般化して，降雨が i_{k-1} 日目 ($k \geq 2$) にあるとき，その直後の降雨が i_k 日目 (j_k 日の間隔の後) に生起する確率 $K_{j_k,r}^{(i_{k-1})}$ は式(8)で表わされる。

$$K_{j_k,r}^{(i_{k-1})} = H_{j_k,r} / \sum_{j_k=0}^{n-i_{k-1}-(r-k+1)} H_{j_k,r} \quad (8)$$

今，問題としている土砂輸送に関連する降雨として，20~40 mm/day 程度の W 値以上の降雨を有効とするならば，期間 n を適当な大きさにとることによって，降雨日数分布がポアソン分布に適合し，降雨の生起はランダムであると見なしうる場合がある。そのとき降雨間隔日数分布は指数分布に適合することが容易に証明される。ポアソン分布では平均 m と分散 σ^2 (式(2))，指数分布では，平均 m_r と標準偏差 σ_r (式(4))，とがそれぞれ等しいから，この性質は適合度検定の目安となる。

c). 降雨強度特性(日雨量分布)

これについては，角屋⁽¹⁰⁾の理論に準ずることとし，その概略を角屋⁽¹⁰⁾の記号にならって記す。

今，考えている期間の日雨量分布が指数分布(式(9))であれば，期間最大日雨量分布は，Gumbel分布(式(10))で表わせる。日雨量分布が双曲線型指数分布(式(11))であれば，期間最大

日雨量分布は対数極値分布 A 型(式(12))で表わされる。

$$F(x) = \int_0^x f(x) dx = 1 - e^{-\xi(x-x_0)} \quad (9) \quad P(x) = \exp(-e^{-\xi}) \quad , \quad \xi = \alpha(x-x_0) \quad (10)$$

$$F(x) = \int_0^x f(x) dx = 1 - \left(\frac{x+b}{a+b}\right)^{-R} \quad (11) \quad P(x) = \exp(-e^{-\xi}) \quad , \quad \xi = R \log \frac{x+b}{a+b} \quad (12)$$

一般には、最大値分布の形式には上の二つの外に、対数極値分布 B 型があることが知られているが、実用的には、安全側である、上式(10)、(12)を採用することにすれば⁽²⁾、日雨量分布(式(9)、(11))を期間最大日雨量分布(式(10)、(12))により簡単に知ることができる。

土砂輸送に関連する $w \text{ mm/day}$ 以上の有効降雨についての日雨量分布 $F_w(x)$ は、式(9)、(11)の v を w に替えることによって得られる。

3). モデル降雨の設定

2)の考察の結果、降雨生起特性と降雨強度特性が明らかになれば、降雨の確率統計的モデル化が、次のごとく可能となる。ここに得られるモデルをモデル降雨とよぶことにする。

$w \text{ mm/day}$ 以上の降雨を対象として、 n 日からなる期間において、

a. 1 回も降雨のない確率は G_0 である。

b. 1 回の降雨が期間の i_1 日目 ($1 \leq i_1 \leq n$) に生起し、その降雨強度が $x_1 (\geq w) \text{ mm/day}$ である確率は式(13)で示される。

$$\frac{1}{n} \times G_1 \times \Delta F_w(x_1) \quad , \quad (1 \leq i_1 \leq n) \quad \Delta F_w(x_1) = \int_{x_1-\Delta x}^{x_1+\Delta x} f_w(x) dx \quad (13)$$

c. 2 回の降雨が期間の i_1 日目 ($1 \leq i_1 \leq n-1$) と i_2 日目 ($2 \leq i_2 \leq n$, $i_1 < i_2$) に生起し、それぞれの降雨強度が $x_1, x_2 (\geq w) \text{ mm/day}$ である確率は式(14)で示される。

$$\frac{1}{n-1} \times G_2 \times K_{i_1, i_2}^{(w)} \times \Delta F_w(x_1) \times \Delta F_w(x_2) \quad , \quad (j_2 = i_2 - i_1 - 1) \quad (14)$$

d. 一般に、 r 回 ($r \geq 2$) の降雨が、それぞれ期間の $i_1, i_2, \dots, i_r$ 日目 ($1 \leq i_1 \leq n-r+1$, $i_{r-1}+1 \leq i_r \leq n-(r-2)$, $r=2, 3, \dots, r$) に生起し、それぞれの降雨強度が $x_1, x_2, \dots, x_r (\geq w) \text{ mm/day}$ である確率は式(15)で示される。

$$\frac{1}{n-r+1} \times G_r \times \left(\prod_{k=2}^r K_{i_k, i_{k-1}}^{(w)} \right) \times \left(\prod_{j=1}^r \Delta F_w(x_j) \right) \quad , \quad (1 \leq i_1 \leq n-r+1) \quad \Delta F_w(x_j) = \int_{x_j-\Delta x}^{x_j+\Delta x} f_w(x) dx \quad (15)$$

上記各式のごとく、ここでは、降雨生起特性と降雨強度特性との相関、および降雨強度特性内の相関は無視している。

4). 有田川上流域への適用について

表面浸食、溪岸浸食、山腹崩壊あるいは河床変動等の主要な土砂移動現象に関連する有効降雨の下限値 $w \text{ mm/day}$ をどの程度にとるか、は問題のあるところであるが、モデル降雨による今後のシミュレーションの第一次近似値として、 $w=40 \text{ mm/day}$ を採用する。この値は和歌山県有田川・二川がダム堆砂量決定計算の限界掃流力に対応する日雨量 32 mm/day を参考にした⁽³⁾。

高野観測所(明.17~昭.36)と八幡観測所(明.26~昭.36)の資料分析を行なったが、紙数の都合で、高野資料分析結果の一部を掲げる。

降雨日数分布については、まず表-1のごとく月別に分割して見た。それに対応する降雨間隔日数分布の代表的なものを図-1, 2, 3, 4 に示す。降雨強度特性(日雨量分布)について

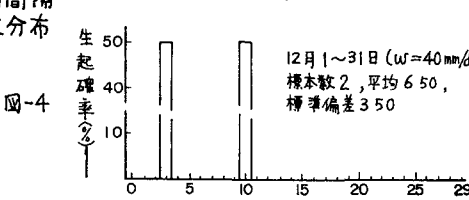
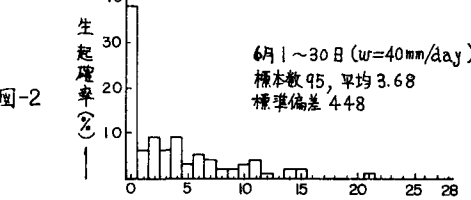
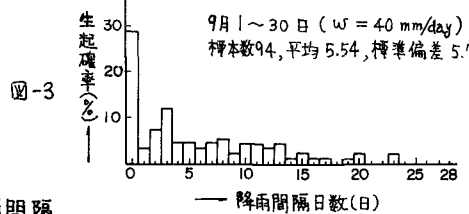
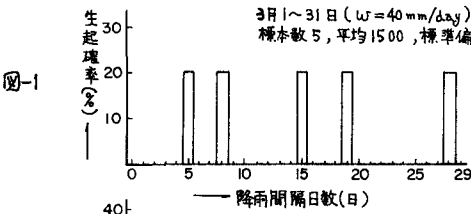
は、それに対応する期間最大
日雨量分布を表-2に示す。

これらの図表より降雨母集
団の季節的パターンのあるこ
とがよく判る。特に降雨間隔
日数分布より梅雨期、台風期
、その他の期間の降雨の持続
性の有無とその程度がはっき

表-1 降雨日数分布 (単位: $W=40\text{ mm/day}$ 以上の生起回数/期間)

期間	平均	分散	ポアソン分布適合 度検定(分散比法)	期間	平均	分散	ポアソン分布適合 度検定(分散比法)
$1/1 \sim 1/1$	0.117	0.103	○	$7/1 \sim 7/31$	1937	2778	XX
$2/1 \sim 2/28$	0.169	0.218	X	$8/1 \sim 8/31$	1141	0916	○
$3/1 \sim 3/31$	0.329	0.300	○	$9/1 \sim 9/30$	1974	1532	○
$4/1 \sim 4/30$	0.857	0.902	○	$10/1 \sim 10/31$	1013	1064	○
$5/1 \sim 5/31$	0.882	0.920	○	$11/1 \sim 11/30$	0487	0404	○
$6/1 \sim 6/30$	2025	3.974	XX	$12/1 \sim 12/31$	0218	0273	X

(注) 仮説棄却検定で有意水準5%で仮説採択は○印, 仮説棄却はX印, 1%で
仮説棄却はXX印を付す。



りと現われている。またモデ
ル降雨母集団としての期間の
分割は、なるべく降雨日数分
布がポアソン分布となるよう
にする方が理論的にも、モデ
ル降雨発生の上でも都合がよ
いから、一様な月別分割では
梅雨期、台風期については不十分であることが判る。

表-2 期間最大日雨量分布 単位: mm/day

期間	平均	標準偏差	歪度	期間	平均	標準偏差	歪度
$1/1 \sim 1/31$	22.51	15.51	1.82	$7/1 \sim 7/31$	79.08	58.52	2.70
$2/1 \sim 2/28$	26.46	14.29	1.69	$8/1 \sim 8/31$	74.26	53.88	1.16
$3/1 \sim 3/31$	33.99	15.44	1.42	$9/1 \sim 9/30$	89.18	58.60	1.50
$4/1 \sim 4/30$	49.29	18.78	0.69	$10/1 \sim 10/31$	62.97	45.72	1.26
$5/1 \sim 5/31$	49.00	23.91	1.10	$11/1 \sim 11/30$	38.64	22.02	1.39
$6/1 \sim 6/30$	77.68	44.41	1.01	$12/1 \sim 12/31$	27.10	13.09	0.51

5). むすび

モデル降雨の考え方が固まったところであるが、降雨パターンのReturn Periodの考察および有田川上流域への適用結果の詳細とその検討については、別の機会にゆずりたい。また、今後このモデル降雨を用いたシミュレーションによって、土砂流出、流下の推計に関する主要因を抽出し、生産土砂量の確率的推算、さらには河床変動計算への接近を試みるつもりである。最後に、本研究は文部省特定研究費によることを付記する。

参考文献

- (1): 角屋睦, 雨量分布とその年最大値の分布, 京大防災研年報4号, 昭36.
- (2): 角屋睦, 水文統計論, 土木学会水理委員会, 1964年7月
- (3): 和歌山県有田川統合開発事業, 二川ダム堆砂量決定計算書, 和歌山県, 昭42年5月