

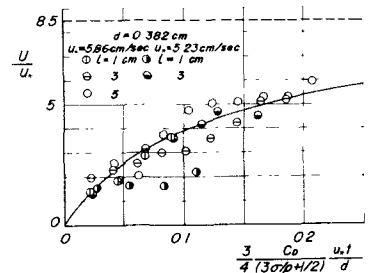
砂れきの saltation の機構について

京都大学工学部 正会員^o 土屋 義人
大阪府土木部 " 渡戸 健介

1. 緒言 掃流砂れきの運動は、河床面近くに限定されており、その機構を明確に把握することは極めて困難な問題である。本研究では、単一砂れきの運動機構を実験的に検討し、著者らの研究を以てして、これに理論的考察を加え、その結果を多数の砂れきが掃流として流送される一般の場合に適用して、砂れきの運動機構を説明しようとするものである。この場合、砂れきの運動を saltation によるものと限定し、砂れきの運動においてこれと考慮しないものは、流床抵抗とすべき運動としての砂れきの床面砂れきとの衝突現象である。

2. 単一砂れきの軌動機構 比重 $\sigma/\rho = 1.502$, 粒径 $d = 0.382 \text{ cm}$ のレキマキ石を著者らの実験では、静止した砂れきの初動開始後の運動においては、多少なりとも床面に沿った砂れきの運動が観察されており、跳躍運動は砂れきがある距離移動し、床面のある砂れきに衝突した場合が生じている。ここでは、床面に沿った砂れきの運動を軌動 (rolling) と考へると、その軌動速度、軌動距離およびその分布は、それとつぎのようになる。

軌動速度: 床面に沿った砂れきの軌動は、回転を主伴としてのものであり、この回転は砂れきが不均一な凹凸の床面に接触して、十分粗な場合の軌動と相違し、砂れきの回転速度の $1/d$ が初動速度に変換されるものと考へる。ここでは、砂れきに働く力として、流床抵抗と床面との摩擦力と (図-1 砂れきの軌動速度とつぎの図-1 砂れきの軌動速度の時間的変化は、つぎのようになりわけれる。



$$U/u^* = A_1^2 \tau / (1 + A_1 \tau), \quad U/u^* = A_1^2 B \sqrt{(x/d)} / \{1 + A_1 B \sqrt{(x/d)}\}, \quad B^2 = C_D / A_1^2 (2\sigma/\rho + 1/2) \quad (1)$$

ここに、 x : 距離, $\tau = (3/4)(u^* t/d) C_D / \{1 + (2\sigma/\rho)(\sigma/\rho + 1/2)\}$, U : 砂れきの速度, u^* : 摩擦速度, t : 時間, C_D : 砂れきの抗力係数, および A_1 : 定数で完全粗面流の場合 0.5 である。

(1)式において $\alpha = 5$ として実験値と比較したものが図-1 である。すなわち、この結果によると、回転速度の $1/5$ が砂れきと床面との接触条件より初動速度に変換されることを示しており、軌動する砂れきが床面の凹凸のより大きい場合には、当然この値は若干変わる。

軌動距離: 砂れきの初動開始より跳躍に移行するまでの軌動距離 l_m は、跳躍開始条件によって規定される。この条件は、軌動速度がある限界値以上に達した場合に可成り之のと考へられ、ここでは床面上に高さ Δ の突起がある場合に、これを砂れきが滑ることとする。この条件とする。このように考へた場合の軌動距離の平均値 $\bar{l}_m$ と掃流力との関係は、つぎのようになりわけれる。

$$\bar{l}_m/d = \left\{ (2\sigma/\rho + 1/2) (14/45) (1/\sigma) (d/d) / C_D \left[A_1 (1 - (2/3) (d/d)) - \sqrt{(14/45) (1/\sigma) (d/d) (\sigma/\rho - 1) g d / u^*} \right] \right\} (\sigma/\rho - 1) g d / u^* \quad (2)$$

(3)式において、 $d/d = 0.96$ とし、図1第1は、図-2に示されており、掃流力が小さい場合に適用でき、掃流力の減少とともに跳動距離は増加し、また比重が大きい場合には跳動距離は小さくなることがわかる。

跳動距離の分布：前述して跳動距離は平均値に付するが、一般に跳躍に初行する条件は、河床の平均的な床面状態や跳動速度の変動などによって、平均値のまわりにある分布をもつ。ここでは、跳躍にいつの過程と一つの確率過程であるとして、その移行確率が跳動距離 l について一定な場合には、その確率密度関数は、

$$f(l/d) = A \exp(-\lambda l/d) \quad (3)$$

であり、また跳動速度が増加することとを考えて、移行確率が距離に比例するものと仮定すれば、つぎの結果がえられる。

$$f(l/d) = A(l/d) \exp\{-(A/2)(l/d)^2\} \quad (4)$$

ここに、 $A = d/l_m$ 、 $A = (\pi/2)(d/l_m)^2$ である。図-3は(3)および(4)式であらわされる跳動距離の分散 σ_l^2 の掃流力による変化を示したものである。この結果から、(3)式であらわされる分布式がより実験結果を説明していることがわかる。

床面との摩擦がない場合の跳動：これまで述べた砂れきの跳動は、掃流力が小さい場合のものであるが、掃流力が大きくなると、跳動距離はいつそう小さくなり、跳躍に初行する過程は初動開始時の最初の床面との衝突によって始まるものと考えられる。したがって、この場合は床面との摩擦を省略され、跳動距離は粒径の1~2倍程度であると考えられる。最初に摩擦を考慮する場合と省略する場合の限界は、図-2に1、2および3として示して直線のようにあらわすことができる。この場合の跳動速度は運動方程式からつぎのようにあらわされる。

$$1/u^* = (u/u^*) \sqrt{2(X/d)N} / \{ \sqrt{2(X/d)N} + 1 \} \quad (5)$$

ここに、 u は砂れきの直傍における流速、 $N = (3/4)C_0/(\sigma/p + 1/2)$ 。

3. 単一砂れきの跳躍機構 跳動運動によりこえられ水平方向の砂れきの速度 U は河床の砂れきとの衝突によって跳躍運動に初行し、その水平および鉛直方向の初速度をそれぞれ U'_0 および U''_0 とする。ここでは、この変換を簡単に考え、変換係数や衝突による散乱をゼロとせよ、 $U'_0 = \beta U$ とする。

とすると、砂れきの跳躍高さ h は、速度の2乗に比例する。図-5 跳躍高さの分布関数を用いた運動方程式より、 $K^2 = (4/3)\{(\sigma/p - 1)/C_0\}(gd/u^{*2})$ かつ $\bar{U}_0 = U_0/u^*$ とおいて近似した、 $h_m/d (= \bar{h}_m) = (2/3)\{(\sigma/p + 1/2)/C_0\}(\beta \bar{U}_0/K)^2$ (6)

となる。(6)式によって跳躍高さの平均値 h_m は U_0 によって決定されるので、 U_0 として(1)および(5)式を用いると、それぞれの場合に対して、つぎの関係がえられる。

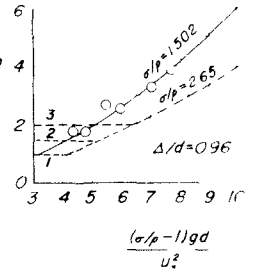


図-2 跳動距離 l_m

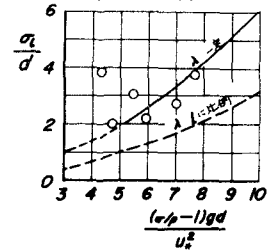


図-3 跳動距離の分散 σ_l^2

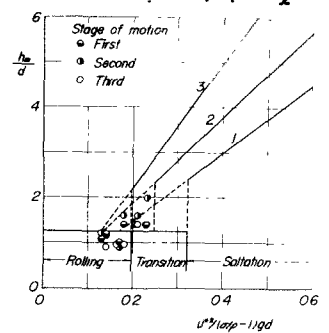


図-4 砂れきの跳躍高さ

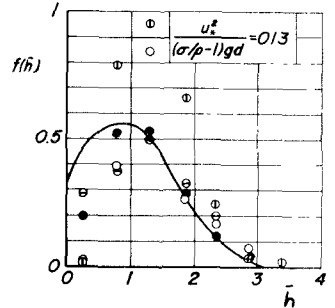


図-5 跳躍高さの分布

$$h_m/d = (2/3) \{ (0.7p+1/2)/C_0 \} \{ \beta^2 A^2 / K^2 \} \{ A^2 B^2 (L_m/d) / (1+A_1 B \sqrt{L_m/d}) \} \quad (1)$$

$$h_m/d = (2/3) \{ (0.7p+1/2)/C_0 \} \{ \beta^2 A^2 / K^2 \} \{ 1 - (1/\sqrt{2(X/d)^2 + 1}) \} \quad (18)$$

これらの関係と実験値と比較したものが図-4であり、直線(1)、(2)および(3)は(18)式において X/d の値をそれぞれ1, 1.5 および2としたものである。これより押流力が小さい領域では、砂れきの跳躍高さは一定であり、大きくなると摩擦速度の2乗に比例することになるが、この範囲での実験値がないので、 X/d の値と法

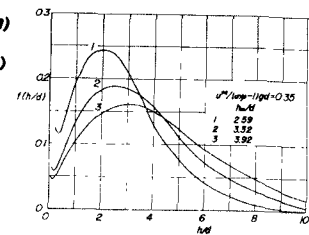


図-6 跳躍高さの分布

づきに、跳躍高さの分布は、移動距離の分布式より求むることができ、距離の分布は衝突時の砂れきの速度分布に影響し、これが跳躍高さの分布を支配する。この関係は、 $f(L/d)d(L/d) = f(U_0/u^*)d(U_0/u^*)$ および $f(\beta U_0/u^*)d(\beta U_0/u^*) = f(h/d)d(h/d)$ によって変換され、摩擦速度を考慮した場合の(1)および(18)式を用いて、高さの分布式として次式がえられる。

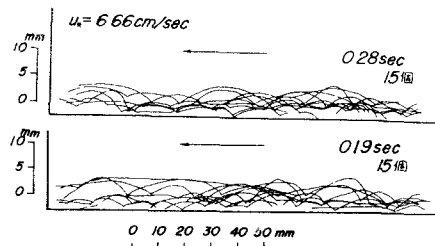


図-7 Saltationの軌跡

$f(h/d) = (\lambda H^2 / A^2 B^2) \{ 1 / (A - H \sqrt{\lambda}) \}^2 \exp \{ -(\lambda H^2 / A^2 B^2) h / (A - H \sqrt{\lambda}) \} \quad (19)$
ここに、 $H^2 = (1/2) (K^2 / \beta^2) \{ C_0 / (0.7p+1/2) \}$ 。この式において、 $\beta = 0.9$ として実験値と比較した結果の一例が図-5である。これから、砂れきと床面値と一致することからわかる。また、(19)式に比べて、移動距離の分布に、流速の分布函数として Gauss 分布を用いると、同様な分布式がえられ、計算の結果と示す図-6のよう

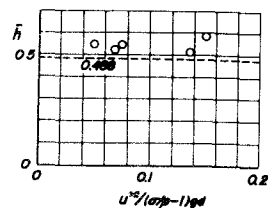


図-8 Saltationの平均高さ

4. 砂れきの Saltation の機構 以上考察した単一砂れきの運動に関する考察を、移動床における砂れきの saltation について適用する。実験に用いた砂れきは粒径 0.40 mm のもので、7 mm の正方形断面の水槽内を移動する砂れきの運動を 16 mm 撮影機によって写真撮影し、これをフィルムでエンパースターで砂れきの軌跡をよみとった。その一例を図-7に示す。砂れきの saltation の高さの平均値と押流力との関係は、図-8のようであつて、式(19)と押流力の小さい領域に合致することからわかる。いま、砂れきの saltation の分布と理論との比較の高さの分布に於いて、 $\beta = 0.6$ として(1)および(18)式と比較したものが図-8 および9であつて、後者の方が分布をあらわす。単一砂れきの場合に比べて係数 β はかなり小さい値をとる。両者の一致は実験結果を十分説明するに足るのであることがわかる。この β の値が小さくなることは、移動床における砂れきの運動では、床面の砂れきとの接触によつて反つた割合が少なく、砂れきの運動エネルギーが床面の砂れきの運動に置換されるためと推定される。以上、saltation の機構について系統的な説明を試みても、今後この理論によつて、砂れきの濃度分布、流砂法則の確立などに発展させていきたい。

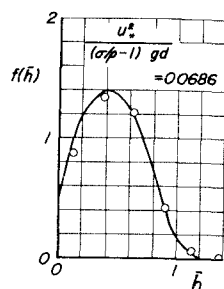


図-9 Saltationの高さ