

風洞の乱流境界層における拡散

神戸大学 正員 笹 源 亮

風洞内の乱流境界層における拡散実験は大気拡散の研究のためしばしば行われている。限定された長さの風洞内に乱流境界層を効果的に発生させるには種々の方法があるが、こゝ下は粗い面を風洞内に敷きつめて、その上に乱流境界層を得て拡散の実験を行った。

仮説的な考え方として粗面を平均流の運動量を吸収する吸源が分布したものと考えると、乱流境界層における鉄損運動量は吸源個数により一様流から吸収された運動量の集積したものと見なせる。簡単のため二次元(すなわち乱流境界層を考え、境界層の始点より風下でまでの巨萬の間に)に N 個の吸源が分布するものとしてこの粗面を表示出来るものとするれば、 x における乱流境界層の鉄損運動量 $(\tilde{u}_n)^2$ は従って

$$(1) \quad \rho(\tilde{u}_n)^2 = \sum_{i=1}^N \rho(u_{i,i})^2 \quad \text{となる。}$$

但し (1) 式において $u_{i,i}$ は i 番目の吸源により吸収された運動量である。今極端な例として巨萬 x を出来るだけ短くとすれば、この場合吸源は 1 個と考えるのが妥当であろうし、又鉄損運動量は単一の物体後方に生じる後流のものとして値しなくてはならない。従って、

$$(2) \quad u_{i,i} = u_{i,max} \cdot f[b_{x,i}(x), z]$$

で表わされるとする。

$$\text{但し } (3) \quad u_{i,max} = U_i C_i F(x)$$

$$(4) \quad C_i F(0^+) = 1; \quad f[b_{x,i}(x), 0] = 1$$

(2) 式は後流の速度分布を表わすものである。速度 U_i は i 番目の吸源に作用する流速である。(2) 式を (1) 式に代入することにより

$$(5) \quad (\tilde{u}_n)^2 = \sum_{i=1}^N (U_i C_i F(x-i\Delta) \cdot f)^2 \quad \text{となる。}$$

こゝ下吸源は簡単のため等間隔 Δ で並んでゐるものとする。吸源直後においては風速は零故 $[\tilde{u}_n(N\Delta+0^+)]^2 = U_0^2$ となり、又 (5) 式より $[\tilde{u}_n(N\Delta+0^+)]^2 = \sum_{i=0}^N [U_i C_i F(N-i\Delta)]^2$ となる。従って i 番目の吸源に作用する U_i は初期条件 U_0 が与えられることにより

$$(6) \quad U_0^2 = \sum_{i=0}^N [U_i C_i F(N-i\Delta)]^2 \quad \text{より求められる。}$$

厳密には常数 C_i は U_i に弱く関係しており、一定でないが、こゝ下は U_i に無関係に一定としている。鉄損運動量が粗面より上方に拡がる中 $\tilde{b}_{x,i}$ はそこにおける垂直方向の速度変動 $\tilde{u}_{i,max}$ に比例する、すなわち $\frac{d}{dx}(\tilde{b}_{x,i}) \propto [\tilde{u}_{i,max}^2]$ と考えられる。2、下 $\tilde{b}_{x,i}$ は i 個の吸源により生じた鉄損運動量が重なった部分の高さであり、 $\tilde{u}_{i,max}^2 = \sum_{j=1}^i \tilde{u}_{j,max}^2$ である。 $\tilde{u}_{i,max}^2 \propto \tilde{u}_{i,max}^2 \propto u_{i,max}^2$ 又、 $\frac{d}{dx} = U_0 \frac{d}{dx}$ と考えれば、

$$(7) \quad \tilde{b}_{x,i} \propto U_0 \int \tilde{u}_{i,max}^2 dx \quad \text{となる。}$$

乱流拡散係数 $K_i = \tilde{u}_{i,max}^2$ は U_0 に相当するものとして $\tilde{u}_{i,max}^2$ を考え、 K_i に相当するものとして $\tilde{b}_{x,i}$ を取れば、

$$(8) \quad K_i = \text{const.} \cdot \tilde{u}_{i,max}^2 \cdot \tilde{b}_{x,i} \quad \text{で与えられる。}$$

これら(5)(8)式から粗面上における平均風速分布と拡散係数が求められる。(2)(3)式として既に得られている円柱後流の式を用いて数値的に上記の計算を行なうと、図-2,3に示す結果が得られる。

上記の考えの基本となつてゐる欠損運動量の重ね合せによつては同一直径の円柱を種々の間隔下並べて風洞内に配置し実験を行つて確認した。その結果の一部を図-4に示す。

このようにして求めた平均流速分布と拡散係数により拡散物質の濃度分布を調べることにする。運動量と物質に関する拡散係数は相似であるとする。拡散方程式を差分形式に変えて、

$$(9) \quad \Delta \bar{C}(x, z) = \bar{C}(x + \Delta x, z) - \bar{C}(x, z) = \frac{\Delta x}{U(z)} (U(z) [K(z, z + \Delta z) \bar{C}(z, z + \Delta z) - K(z) [\bar{C}(x, z) - \bar{C}(x, z - \Delta z)]]$$

とすると、この式から $|\Delta \bar{C}|$ は K に比例し、平均流速 U に逆比例する。

乱流境界層が始まる始点附近においては本文の初めに述べた考えに従えば後流的な性質を有するため K は近似的に一定と見なされ、それに比して U の高さ方向の勾配は大である。したがつて $|\Delta \bar{C}|$ は粗面に近いほど大であり上部ほど小となる。粗面附近に拡散物質の濃度の最大値があるときにはその下は $\Delta \bar{C}$ は負であるが、下流方向に濃度の最大値は上方に移動することになる。乱流境界層が充分発達した下流においては K, U ともに高さ方向に増加する勾配となり、単純に上記のような考察は出来ないが(9)式を数値的に解けば、拡散源の近くでは最大濃度の実は下流方向に高さを減じ、拡散源から充分離れた所ではその高さに変化はない。

この結果を図-5, 6に示す。

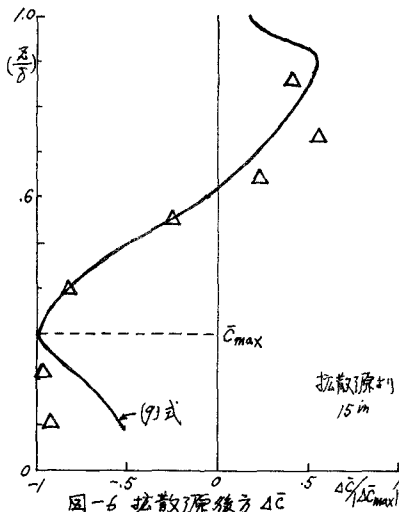


図-6 拡散源後方 $\Delta \bar{C}$

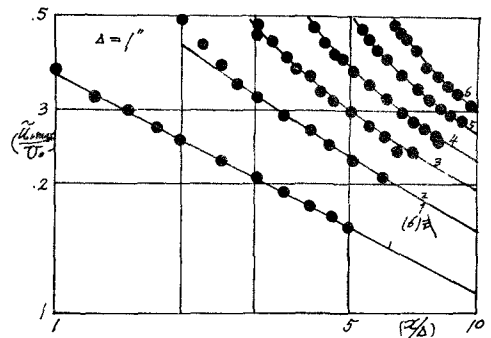


図-4 重ね合せ後流速

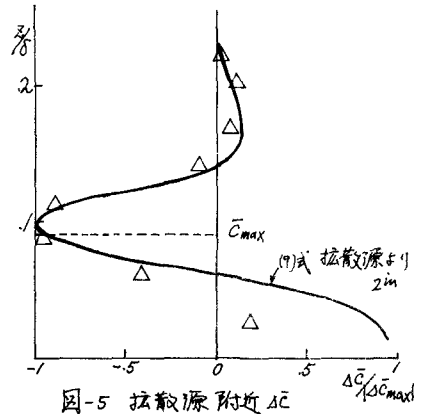


図-5 拡散源附近 $\Delta \bar{C}$