

後座屈域における腹板の耐荷力に関するその基礎的研究

京都大学工学部 正 工博 小西 一郎

" " " 白石 成人

川崎製鉄(K.K.) " " 渡田 敏之介

しるべき

腹板の耐荷力の後座屈域での挙動を解析するために実験的ならびに理論的な研究が種々なされてゐる。理論的な解析としては、腹板を板としてとりだして適当な境界条件とあたへる方法が多く用いられてゐる。ここでは小西、白石、渡田^{*}が周辺単純支持の正方形板に一樣なせん断力を受ける場合にフリーで解析したが、それに基づくものとして周辺単純支持された正方形板が、面内純曲げモーメントを受けに場合の後座屈域での挙動を解析したものである。

面内純曲げモーメント M と受ける正方形板の後座屈挙動 W を表す式

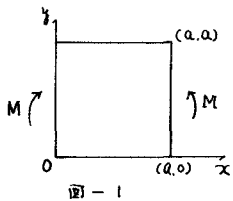


図-1

図-1のように周辺単純に支持された一辺、 a 厚さ t の正方形板が面内純曲げモーメント M を受ける場合の挙動を解析する。

この挙動解析には次の Karman の方程式を用いた。

$$\nabla^4 F = E \left\{ \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2 \partial y^2} \right)^2 - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right\} \quad \text{----- (1)}$$

$$\nabla^4 W = \frac{1}{D} \left\{ \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right\} \quad \text{----- (2)}$$

ここで、 W : z 方向のたわみ F : Airy の応力関数 E : ヤング率

D : 板の剛性

境界条件として

$$\left. \begin{aligned} W &= \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = 0 & \text{along } x=0, x=a, \\ W &= \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 & \text{along } y=0, y=a. \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (3)}$$

周辺で応力が満足すべき条件として

$$\left. \begin{aligned} M &= -h \int_0^a \sigma_x \cdot y \, dy & \text{along } x=0, x=a \\ \int_0^a \sigma_y \, dy &= 0 & \text{along } y=0, y=a \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} &= -\tau_{xy} = 0 & \text{all boundaries} \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (4)}$$

(3) を満足するたわみ関数 W として、(2) の 2 重フーリエ級数を仮定する。

$$W = h \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{a} \quad \text{----- (5)}$$

(5) を (4) に代入して (4) を満足するように F を決めると

$$F = -\frac{2M}{a^2 k} \left(y - \frac{a}{2} \right)^2 + E h^2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{a} \quad \text{----- (6)}$$

Φ_{mn} : A_{mn} に関する 2 次式

(6) と (2) に代入して Galerkin の方法によつて A_{mn} を決める。

$$\int_0^a \int_0^a \left\{ \nabla^4 W - \frac{1}{D} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right) \right\} \sin \frac{r\pi x}{a} \sin \frac{s\pi y}{a} \, dx \, dy = 0 \quad \text{----- (7)}$$

($r=1, 2, \dots$ $s=1, 2, \dots$)

(7) を計算して、 $\frac{M}{D} = \lambda$ とおいて整理すると次式がえられる。

$$\frac{(1+\nu)S^2\pi^4}{4} a_{rs} + \lambda \tau^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{24 H^5}{(H^2-S)^2} a_{rn} - \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi^4}{(1-\nu^2)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} [-(N\nu+M S)^2 \{ \Phi_{r+m, n-s} + \Phi_{m+r, s-n} + \Phi_{m-r, n+s} + \Phi_{r-m, s+n} \} \\ + (N\nu-M S)^2 \{ \Phi_{r-m, n+s} + \Phi_{m+r, s-n} + \Phi_{m-r, n-s} + \Phi_{r+m, s-n} + \Phi_{r-m, n-s} \}] a_{mn} = 0 \quad \dots \dots (8)$$

(8)式は a_{mn} について1次と3次の項よりなる代数方程式である。

とここの式の a_{mn} のとり方について考える。(8)の3次の項を棄てると a_{rs} に関する1次の齊次連立方程式になる。 $a_{rs} \neq 0$ なるように係数行列式 Δ が零になるように λ を決めるとこれが線型理論よりえられる座屈値と一致するものである。 $\Delta=0$ より λ を決める場合、 a_{rs} の間には独立なものとは独立でないものがあるが後座屈域での変形モードは互に独立でない a_{rs} を与えた。面内純曲げモーメントを受ける場合上の考えに従って変形モードを考えるとつぎのような変形モードが可能である。

$$w_1 = h \sin \frac{\pi x}{a} \sum_{n=1}^{\infty} a_{1n} \sin \frac{n\pi y}{a}, \quad w_2 = h \sin \frac{2\pi x}{a} \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n} \sin \frac{n\pi y}{a}, \\ w_3 = h \sin \frac{3\pi x}{a} \sum_{n=1}^{\infty} a_{3n} \sin \frac{n\pi y}{a}, \quad \dots \dots \dots$$

$w_1, w_2, \dots$ とそれぞれを第1系列, 第2系列, $\dots$ と名付ける。ここで解析の対象の系列としては、座屈値が最小のものとしてつぎに小さいものを選んでみた。最小のものは $w_2 (\lambda=42.19)$ つぎに小さいものとしては $w_1 (\lambda=44.62)$ 項数はそれぞれ3項までとした。第2系列と第1系列について(8)式により3元3次の連立方程式を導くところのようにする。($\nu=0.3$ とする)

$$\left. \begin{aligned} 2.2893 a_{21} + 0.0802 \lambda a_{22} + 0.265 a_{21}^3 - 1.5 a_{21}^2 a_{23} + 4.0625 a_{21} a_{22}^2 + 4.7962 a_{21} a_{23}^2 + 3.7785 a_{22}^2 a_{23} &= 0 \\ 5.8608 a_{22} + 0.0802 \lambda a_{21} + 0.0866 \lambda a_{23} + 2 a_{22}^3 + 6.5319 a_{21}^2 a_{22} + 8.4132 a_{22} a_{23}^2 + 7.5570 a_{21} a_{22} a_{23} &= 0 \\ 15.4762 a_{23} + 0.0866 \lambda a_{22} - a_{21}^3 + 5.1185 a_{21}^2 a_{23} + 3.7785 a_{21} a_{22}^2 + 8.4132 a_{22}^2 a_{23} + 6.0625 a_{23}^3 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots (9)$$

第1系列については

$$\left. \begin{aligned} 1.4652 a_{11} + 0.0802 \lambda a_{12} + 0.5 a_{11}^3 + 2.8115 a_{11} a_{12}^2 - 0.75 a_{11}^2 a_{13} + 4.26 a_{11} a_{13}^2 + 3 a_{12}^2 a_{13} &= 0 \\ 9.157 a_{12} + 0.0802 \lambda a_{11} + 0.0866 \lambda a_{13} + 2.8115 a_{11}^2 a_{12} + 6 a_{11} a_{12} a_{13} + 4.25 a_{12}^3 + 16.2503 a_{12} a_{13}^2 &= 0 \\ 36.63 a_{13} + 0.0866 \lambda a_{12} - 0.25 a_{11}^3 + 4.26 a_{11}^2 a_{13} + 3 a_{11} a_{12}^2 + 16.2503 a_{12}^2 a_{13} + 20.5 a_{13}^3 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots (10)$$

(9)(10)式を電子計算機を用いて解いた。

おとがき。

計算結果つぎのことが明らかにあった。

- (1) 面内純曲げモーメントが座屈値を越えても極端に大きなたわみは生じない。
- (2) たわみが増大していくと直応力 σ_x の分布が平均値になって周辺(圧縮側)程大きくなっていく。このことは実験の結果よくいわれてゐる曲げによる腹板の座屈はフラジルの座屈であるという事実を説明している。
- (3) 第1系列と第2系列の後座屈域での種々比較解析の結果第1系列の耐荷力の方が第2系列のそれより大きい。
- (4) 面内純曲げモーメントを受ける正方形板について、降伏応力に対して一定の安全率を有するように設計すれば、普通鋼(S54)より高張力の方が有利である。

※, 土木学会論文集 第136号 (昭和41年12月)