

斜張橋の静的解析について

大阪大学工学部 正員 前田 幸雄
 大阪大学工学部 正員 〇林 正
 大阪大学工学部 学生員 大森 邦雄

1. まえがき

本文では、実用上最も一般的な任意形式の斜張橋の計算式を与えた。特に、主桁にアンカーするケーブル位置を中立軸より偏心させ、偏心により主桁に与える影響を考慮した。また、式も無次元化し、パラメータ解析により特定の斜張橋の静的弾性特性を追究した。

2. 構造解析

(1) 基本形式 斜張橋を塔と桁との結合状態により2種類に大別し、それをさらに塔脚における塔の支持条件と、塔上におけるケーブルの定着条件とにより2分類すると、実用上次の8型式が考えられる。

表-1 基本形式

塔脚 ケーブル 塔と桁の結合	Pin		Fix	
	Fix	Slide	Fix	Slide
Free (A-Type)				
Fix (B-Type)				

注. A₂-Type は不安定構造物なので、この型式を単独で用いることは出来ない。
 上に掲げた型式の他に、それらを変形した表-2の如き型式も考えられる。これらはいづれも元の型式において、塔の主桁より下の部分を除いたものであるから、計算式においても塔の下部の長さを零にすればよい。

表-2

(2) 解析上の仮定 斜張橋の解析には、基本系として連続梁をとる。変形法により解析を行、たが、その際次の仮定を用いた。

① 斜張橋の変形によるケーブルの傾斜角の変化は無視する。 ② ケーブルのSagによる影響は無視する。 ③ ケーブルは主桁の中立軸より偏心してアンカーされるものとする。したがって、ケーブルの水平分力による付加曲げモーメントは考慮する。

④ 塔は曲げ剛性が一定なる断面を有するものとみなす。 ⑤ 主桁および塔の軸力による伸縮は無視する。 ⑥ B-Typeの塔を複数有する斜張橋では、下部構造が不静定ラーメン形式となるので、本文では取り扱わないことにする。したがって、斜張橋はB-Typeの塔を2基以上有しないものとするが、B'-Typeはこの限りではない。

(3) 記号 斜張橋は任意な形式のr基の塔と、n本のケーブルを有するものとする。

第 t 塔は、第 l 番目から第 m 番目までの $(m-l+1)$ 本のケーブルを有し、塔頂より下に向って順次番号を付けていく。

(4) 基礎方程式 第 t 塔に着目して導く。

① 変形様式 B -Type の塔を有する斜張橋では、塔の変形により主桁は ΔL_t だけ水平移動する (B' -Type では移動しない)。

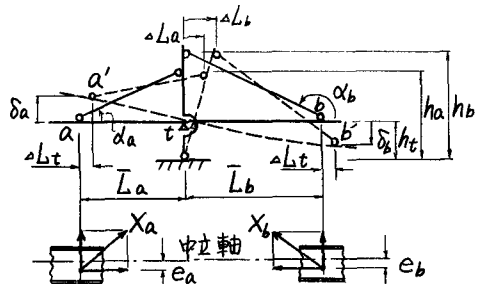
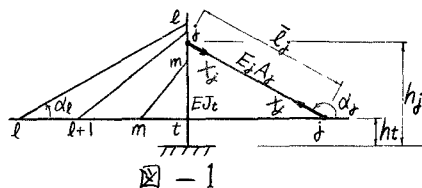


図-2 A_1 -Type

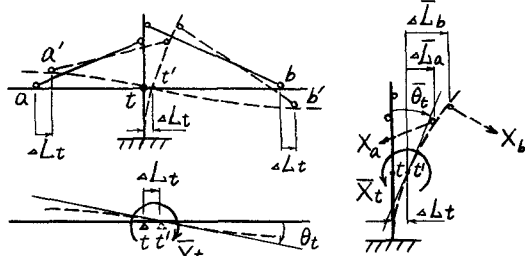


図-3 B_3 -Type

A_1, A_2 -Type では、塔の変形は rocking だけによるものとし、曲げ変形は考慮しない。

A_3, A_4 -Type では、塔は曲げ変形を受ける。

B -Type では、塔は曲げ変形 (B_3, B_4) とさらに rocking (B_1, B_2) により変形する。ケーブル位置の偏心による付加曲げモーメントは

$$M_i = -e_i X_i \cos \alpha_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

ケーブルの伸びは

$$\Delta l_i = \frac{\bar{L}_i}{E_i A_i} X_i = f_i X_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

② 幾何学的条件式

$$(a) \text{ Cable-Fix} : \Delta l_i = \delta_i \sin \alpha_i + \Delta \bar{L}_i \cos \alpha_i \quad (3)$$

$$(b) \text{ Cable-Slide} : \Delta l_a + \Delta l_b = \delta_a \sin \alpha_a + \delta_b \sin \alpha_b + \Delta \bar{L}_a (\cos \alpha_a + \cos \alpha_b) \quad (4)$$

$$\text{さらに,} \quad X_a = X_b \quad (5)$$

ここに、 $\Delta \bar{L}_i$ は塔上のケーブル定着点の主桁に対する相対水平移動量を表す。すなわち

$$\Delta \bar{L}_i = \Delta L_i - \Delta L_t \quad (6)$$

③ 主桁の変形量 主桁の第 k 点の撓みおよび撓み角は

$$\delta_k = \delta_{k0} - \sum_{i=1}^n (\zeta_{ki} \sin \alpha_i + e_i \zeta_{ki} \cos \alpha_i) X_i + \sum_{g=1}^s \zeta_{kg} \bar{X}_g \quad (7)$$

$$\theta_k = \theta_{k0} - \sum_{i=1}^n (\phi_{ki} \sin \alpha_i + e_i \psi_{ki} \cos \alpha_i) X_i + \sum_{g=1}^s \psi_{kg} \bar{X}_g \quad (8)$$

ここに、 δ_{k0} : 外力荷重による基本連続桁の第 k 点の撓み

θ_{k0} : 外力荷重による基本連続桁の第 k 点の撓み角

ζ_{ki} : 単位集中荷重 $P_i = 1$ による基本連続桁の第 k 点の撓み

ϕ_{ki} : 単位集中荷重 $P_i = 1$ による基本連続桁の第 k 点の撓み角

ζ_{kg} : 単位曲げモーメント $M_i = 1$ による基本連続桁の第 k 点の撓み

ψ_{ki} : 単位曲げモーメント $M_i = 1$ による基本連続桁の第 k 点の撓み角

s : 斜張橋が有する B -Type の塔の数で、少くとも $(s-1)$ 基は B' -Type である。

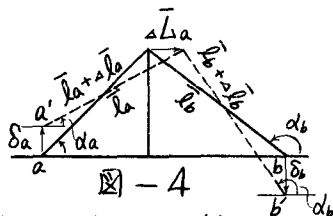


図-4

④ 塔の平衡方程式

(a) A_1, A_2 -Type 塔の変形に関する仮定から、第 t 塔に関して

$$\Delta L_j / h_j = \Delta L_l / h_l \quad (j = l+1, \dots, m) \quad (9)$$

また、塔脚における力の釣合いから、

$$\sum_{j=l}^m h_j X_j \cos \alpha_j = 0 \quad (10)$$

(b) A_3, A_4 -Type 塔は $(m-l+1)$ 個の集中荷重を受け3片持梁と考えられるから、

$$\Delta L_j = -\frac{1}{6E_t J_t} \left[\sum_{k=l}^j h_k^2 (3h_k - h_j) X_k \cos \alpha_k + \sum_{k=j+1}^m h_k^2 (3h_j - h_k) X_k \cos \alpha_k \right] \quad (j = l, \dots, m) \quad (11)$$

(c) B_1, B_2 -Type 塔は曲げ変形とともに *Rocking* することにより、

$$\Delta L_j = \frac{h_j}{h_l} \Delta L_l - \frac{1}{6h_l E_t J_t} \left[\sum_{k=l}^j h_k (h_l - h_k) (2h_l h_k - h_k^2 - h_j^2) X_k \cos \alpha_k + \sum_{k=j+1}^m h_k (h_l - h_j) (2h_l h_j - h_j^2 - h_k^2) X_k \cos \alpha_k + (h_l - h_j) (2h_l h_j - 3h_l^2 - h_j^2) \bar{X}_l \right] \quad (j = l+1, \dots, m) \quad (12)$$

$$\Delta L_t = \frac{h_t}{h_l} \Delta L_l - \frac{1}{6h_l E_t J_t} \left[\sum_{k=l}^m h_k (h_l - h_k) (2h_l h_k - h_k^2 - h_t^2) X_k \cos \alpha_k + 2h_t (h_l - h_j) (h_l - 2h_t) \bar{X}_t \right] \quad (13)$$

さらに、力の釣合条件から

$$\sum_{j=l}^m h_j X_j \cos \alpha_j + \bar{X}_t = 0 \quad (14)$$

(d) B_3, B_4 -Type 第 t 塔の各点の水平移動量 ΔL_j は、図-3 を参照して

$$\Delta L_j = -\frac{1}{6E_t J_t} \left[\sum_{k=l}^j h_k^2 (3h_k - h_j) X_k \cos \alpha_k + \sum_{k=j+1}^m h_k^2 (3h_j - h_k) X_k \cos \alpha_k + 3h_t (2h_j - h_t) \bar{X}_t \right] \quad (j = l, \dots, m) \quad (15)$$

$$\Delta L_t = -\frac{1}{6E_t J_t} \left[\sum_{k=l}^m h_k^2 (3h_k - h_t) X_k \cos \alpha_k + 3h_t^2 \bar{X}_t \right] \quad (16)$$

⑤ 剛結条件式 (B -Type のみ) B -Type の塔では、塔と主桁とが剛結されているから、

$$\theta_t = \bar{\theta}_t \quad (17)$$

ここに、 $\bar{\theta}_t$ は各型式に応じた

$$(a) B_1, B_2$$
-Type : $\bar{\theta}_t = \frac{\Delta L_l}{h_l} - \frac{1}{6h_l E_t J_t} \left[\sum_{k=l}^m (h_l - h_k) (2h_l h_k - h_k^2 - 3h_t^2) X_k \cos \alpha_k + 2(3h_t^2 - 3h_l h_t + h_t^2) \bar{X}_t \right] \quad (18)$

$$(b) B_3, B_4$$
-Type : $\bar{\theta}_t = -\frac{1}{2E_t J_t} \left[\sum_{k=l}^m h_k (2h_k - h_t) X_k \cos \alpha_k + 2h_t \bar{X}_t \right] \quad (19)$

(5) 弾性方程式 基礎方程式より弾性方程式を導く際に、ケーブルの不静定張力 X_i の代りにその鉛直成分 V_i を用いる。すなわち

$$V_i = X_i \sin \alpha_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (20)$$

斜張橋が n 本のケーブルを有し、塔は A -Type のみの場合には、弾性方程式は幾何学的条件式より高々 n 元連立方程式となる。 B -Type の塔が存在する場合には、さらに剛結条件式を加えなければならない。

いま、一例として第 t 塔が A -Type の場合には、第 t 塔に関する弾性方程式は次のようになる。

$$F_j V_j + \sum_{i=1}^n Y_{ji} V_i - \frac{L_j}{K_t} \sum_{k=l}^m \left(\frac{L_k}{F_k} \sum_{i=1}^n Y_{ki} V_i \right) - \sum_{j=1}^s Z_{jt} \bar{X}_j + \frac{L_j}{K_t} \sum_{k=l}^m \left(\frac{L_k}{F_k} \sum_{j=1}^s Z_{kj} \bar{X}_j \right) + \Delta L_t \left(\cot \alpha_j - \frac{L_j}{K_t} \sum_{k=l}^m \frac{L_k}{F_k} \cot \alpha_k \right) = \delta_{jo} - \frac{L_j}{K_t} \sum_{k=l}^m \frac{L_k}{F_k} \delta_{ko} \quad (j = l, \dots, m) \quad (21)$$

ここに、

$$F_j = f_j / \sin^2 \alpha_j, \quad L_j = h_j \cot \alpha_j, \quad K_t = \sum_{k=l}^m L_k^2 / F_k, \quad Y_{ji} = \gamma_{ji} + e_z \gamma_{ji} \cot \alpha_i \quad (22)$$

3. 静的弾性特性

斜張橋に生ずる力学的諸量は、その幾何学的な形状と剛性に関する諸量に支配される。したがって、斜張橋の静的弾性特性を知るためには、また得られぬ解に一般性を与えるためには、これらの量を無次元化し、パラメータとして導入するとよい。

(a) 剛性に関するパラメータ

$\nu_t = E_a I_a / E_c J_c$: 塔の曲げ剛性に関するパラメータ

$\kappa_i = E_a I_a / l_0^2 E_c A_i$: ケーブルの断面積に関するパラメータ

(b) 形状に関するパラメータ

$\rho_i = h c_i / l_0$: ケーブルの塔上における取付位置に関するパラメータ

$\lambda_i = \bar{l}_i / l_0$: ケーブルの主桁上の取付位置に関するパラメータ

$\varepsilon_i = e_i / l_0$: ケーブル取付位置の偏心量に関するパラメータ

ここに、 $E_a I_a$ は主桁の曲げ剛性、 l_0 は主桁の全長である。この他に、連続梁のスパン比($n_j = l_j / l_0$)と、主桁の断面積に関するパラメータを用いる必要がある。

さて、パラメータ解析によって斜張橋の静的弾性特性を追究するためには、以上7つのパラメータを独立に変化させればよいわけであるが、実際に独立なパラメータの数は基本連続梁のスパン数、塔の数、ケーブルの本数により増えるので、これらの組合せは膨大な数になる。 κ と ρ とが与える影響の一例として、図-5, 6に示すA1-1-Typeの対称な斜張橋について、曲げモーメントにおよぼす影響を調べてみた。

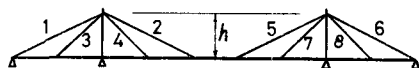


図-5 RADIAL TYPE

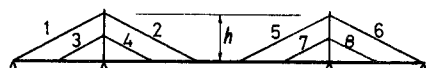


図-6 HARP TYPE

共通データ : $n_1 : n_2 : n_3 = 1.0 : 2.5 : 1.0$, $\lambda = 1/9$, $h/l_0 = 0.1$, $\varepsilon = 0$

Case 1: — Radial Type $\kappa_i = 1.0 \times 10^{-4} (i=1, 2, 5, 6), 2.0 \times 10^{-4} (i=3, 4, 7, 8)$

Case 2: --- Radial Type $\kappa_i = 0.2 \times 10^{-4} (i=1, 2, 5, 6), 0.4 \times 10^{-4} (i=3, 4, 7, 8)$

Case 3: --- Harp Type $\kappa_i = 1.0 \times 10^{-4} (i=1, 2, 5, 6), 2.0 \times 10^{-4} (i=3, 4, 7, 8)$

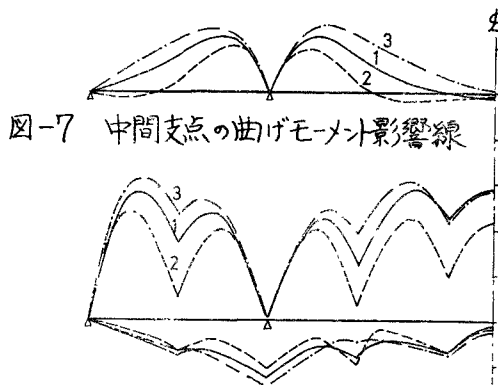


図-7 中間支点の曲げモーメント影響線

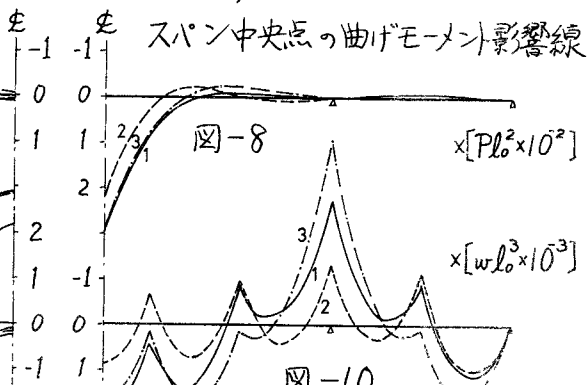


図-8 スパン中央点の曲げモーメント影響線

図-9 最大・最小曲げモーメント

尚、詳細なデータは当日発表する。