

斜張橋の静学的解析

大阪市立大学 正員 工博 橋 善雄
 “ 正員 工修 O 中井 博
 “ 学生員 川 根 征 雄

1 まえがき

斜張橋はケーブル取付点で弾性支持された連続げたで、その静学的挙動は高次の不静定構造を解くことに歸着する。従来より応力法や変形法¹⁾を用いて、この種の構造物の解析が数多く行なわれてきたが、構造形式が異なればそのつど方程式をたてなおす必要があるように思われる。最近盛んに研究が行なわれている還元法²⁾を用いれば、弾性支承上の連続げたは容易に解析できるが、斜張橋の場合バネ支承の取扱いの方に多少向題がある。そこで、本文では特にこの点に重点をおき解析する。最後に、種々な形式の斜張橋の断面か変形量の影響線を求めるプログラムを作成する。

2 基礎方程式

還元法による弾性支承上の連続げたの解析に關しては、すでに R. Kersten³⁾、成岡²⁾、および大地等⁴⁾によって発表されており、本文では記号・符号の定義はそれらの文献に従う。また、ケーブル・タワーおよびけたの静学的挙動は線形であると仮定する。

さて、図1(a)は単なる弾性支承上の連続げたを示すものであるが、そのバネ作用はバネ位置における変形量のみの関数として表わすことができる。しかしながら、図1(b)に示す斜張橋では、けたがケーブルとタワーによって弾性支持されているので、バネ作用はその点のけたの変形量のみならずタワーの曲げおよび軸力による変形量の関数、すなわち全ケーブルの不静定力 $X_1 \sim X_6$ の関数として表わされることになる。したがって、斜張橋のバネ作用はケーブル・タワーを総括して解析する必要がある。

そこで、以下では簡単のため、図1(b)に示す斜張橋の左側の系 ($X_1 \sim X_6$) について解析を進めることにする。もちろん、図示の構造形式以外の任意の斜張橋でも解析できるが、詳細は省略する。

(1) ケーブルとけたとの連続条件

図2に示すようにある番目のケーブル取付け点のけたのたわみを w_i 、軸方向変位を u_i とすれば、

$$\partial \Pi / \partial X_i = u_i \cos d_i - w_i \sin d_i \quad \dots \dots (1)$$

ここに、 Π はけたとケーブルとの取付点を切斷し不静定力 $X_1 \sim X_6$ を作用させたときのけたの全ひずみエネルギーとする。したがって、図1(b)に示すケーブルとタワーのケーブル不静定力による全ひずみエネルギーを Π' とすれば、

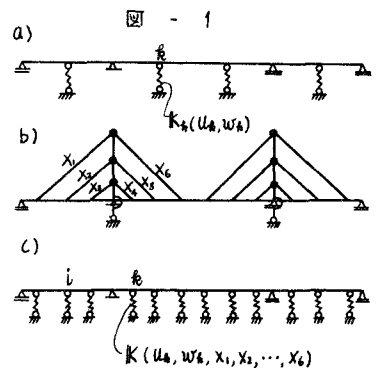
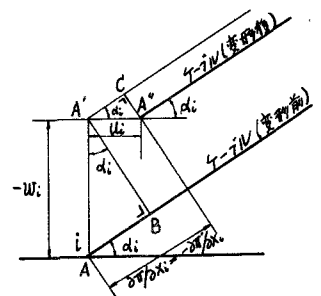


図 - 2



$$\partial \pi / \partial x_i = - \partial \pi' / \partial x_i \quad \dots \quad (2)$$

$$\pi' = \pi_c + \pi_{T,x} + \pi_{T,y} + \pi_{T,t} \quad \dots \quad (3)$$

ここに、 π_c : 不静定力 $x_1 \sim x_6$ によるケーブルのひすみエネルギー (ケーブル調整量, 温度変化を含む)
 $\pi_{T,x}$: 不静定力 $x_1 \sim x_6$ の水平分力によるタワーのひすみエネルギー
 $\pi_{T,y}$: 不静定力 $x_1 \sim x_6$ の鉛直分力によるタワーのひすみエネルギー
 $\pi_{T,t}$: 温度変化によるタワーのひすみエネルギー

(2) ハネマトリックス

式(1)~(3)を用いて各番目の結点に作用するせん断力 Q_i , 軸力 N_i を求めれば, 次のようになる。

$$\begin{bmatrix} Q_i \\ N_i \end{bmatrix} = \frac{E_i A_i}{l_i} \begin{bmatrix} \sin^2 d_i & -\sin^2 d_i & a_{13} & a_{14} & \dots & a_{18} & a_{19} \\ \cos^2 d_i & -\sin^2 d_i & a_{23} & a_{24} & \dots & a_{28} & a_{29} \end{bmatrix} [u_i, w_i, x_1, x_2, \dots, x_6, 1]^T \dots (4)$$

Q, N は変形量のみならず不静定力の関数となっているので, 式(4)のマトリックスをハネマトリックスと呼ぶのは適切でないかもしれないが, 便宜上そのように名づける。

3 還元法による表示

(1) Feldmatrix

分割スパン l_k の左端から右端への物理量の伝達を行う Feldmatrix は次のように表わす。

$$\begin{bmatrix} Y_k(l) \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_k & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_k(0) \\ X \end{bmatrix} \quad \dots \quad (5)$$

ここに、 F_k : 軸力を考慮して7行7列より構成された基本の Feldmatrix

0 : セロマトリックス, E : 単位マトリックス

$$Y_k(0) = [u_k(0), w_k(0), \varphi_k(0), Q_k(0), N_k(0), 1]^T \quad (34 \times 1 \text{ 行})$$

$$X = [\underbrace{R^s, H^s, \dots, M^s, \varphi^s}_{n \text{ 個}}, \underbrace{x_1, x_2, \dots, x_n}_{n \text{ 個}}]^T \quad (34 \text{ ベクトル})$$

(2) Punktmatrix

分割スパン l_k から l_{k+1} への伝達は次の Punktmatrix で行う。

$$\begin{bmatrix} Y_{k+1}(0) \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_k & S_k \\ 0 & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_k(l) \\ X \end{bmatrix} \quad \dots \quad (6)$$

ここに、 U_k : 7行7列よりなる基本の Punktmatrix

S_k : 不静定マトリックスと名づける。

U_k, S_k の中には式(4)より誘導されたハネマトリックスの対応する項が入る。

(3) Feldmatrix と Punktmatrix の乗算

式(5), (6)の右辺は一般に次式のような形で表わされる。

$$\begin{bmatrix} Y_k \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1(0) \\ X \end{bmatrix} \quad \dots \quad (7)$$

ここに、 $Y_1(0)$: けた左端の境界条件による未知量のベクトル

A, B : 演算結果ある数値が入ったマトリックス

したがって, Feldmatrix と Punktmatrix との乗算は次の公式で演算すればよいが, 結局1行

$$\begin{bmatrix} Y_{k+1}(t) \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_k A & U_k B + S_k \\ 0 & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_k(t) \\ X \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} Y_k(t) \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_k A & F_k B \\ 0 & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1(t) \\ X \end{bmatrix} \quad (8)$$

けた左端における3つの未知量を求める条件式は、けた右端の既知の3つの境界条件によって設定する。また中間支点において生じる未知ステップ量はそれに関連する量の境界条件(例えば剛支点であればせん断力かステップし、それに関連する量たわみ $w=0$)により未知ステップ量の数に対応する条件式を立てればよい。また、けたとケーフルの取付点における几个の連続条件式は式(1)~(3)より次のようになる。

$$U_i \cos \delta_i - W_i \sin \delta_i + \frac{A_{13} X_i}{\sin \delta_i} + \frac{A_{14} X_i}{\sin \delta_i} + \left(\frac{A_{15} + z}{\sin \delta_i} - \frac{b_i}{E_c A_i} \right) X_i + \frac{A_{19}}{\sin \delta_i} = 0 \quad (9)$$

4 フローチャート

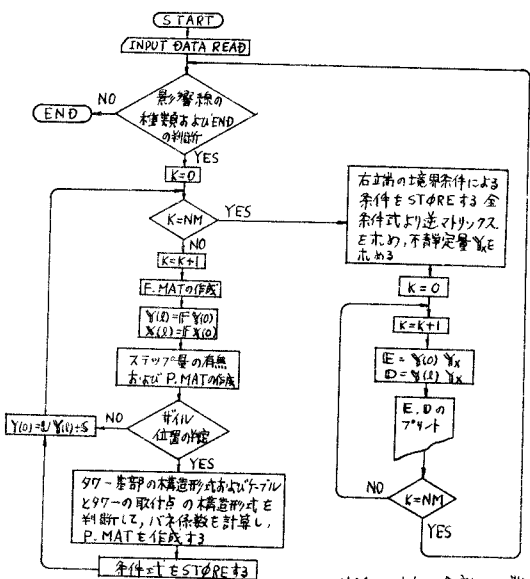
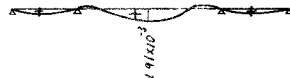
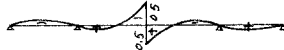
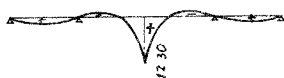
Muller-Breslauの原理を用いて断面力、変形量の影響線を求めるためのフローチャートを図-3に示す。この図からわかるようにInput Dataを変えるだけで種々の型式の斜張橋が解析できるようにしてある。

図-4に示す尾道大橋⁵⁾をモデルとした斜張橋について解析した結果を図-5に示す。なお、数値計算はBurroughs B5500のExtended Algolを使用して行った。

[illegible]

図5(a) 中央径向中央の曲げモーメント
の分布状態 (t=0)

図 5(c) 中央径間中央のたわみ
の影響係数 (m)



NM: けたの分割スパン数