

斜めハンガーつり橋の力学性状に関する基礎的研究

京都大学工学部 正員 小西 一郎
 京都大学工学部 正員 ○ 白石 成人
 高 田 機 工 正員 深井 俊明
 建 設 省 正員 飯田 裕

斜めハンガーつり橋の解析については、つり橋を骨組構造として微視的にとらえ、各節点におけるつり合い方程式から解を求める種々の方法が発表されている。これまでの実験的研究によれば、斜めハンガーつり橋と鉛直ハンガーつり橋の力学性状は共通の傾向を示すものが多く、特にその変形特性はこの傾向が著しい。本研究はこの点に着目し、鉛直ハンガーつり橋に対する慣用のたわみ理論を修正附加することにより、斜めハンガーつり橋の力学性状を明らかにしようとするものである。

I. 基礎方程式

1. ハンガー張力 ハンガーは補剛げた死荷重によりプレストレスを与えられていて、活荷重による圧縮力に耐えるものとする。斜めハンガーで構成される2等辺三角形の頂角を 2β 、底辺を $2e$ 、高さを h 、頂点間隔を $\bar{e}$ とする。活荷重載荷により斜めハンガーに生ずる附加張力を図-1のように ΔT_+ 、 ΔT_- とすれば、微小変形に対して

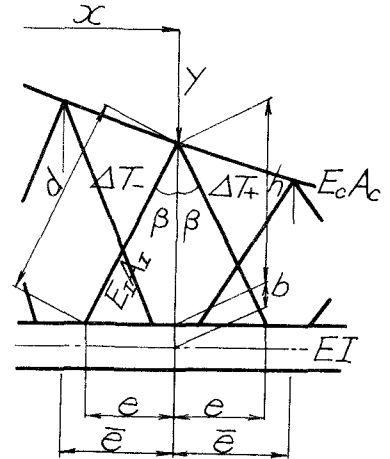


図-1

$$\Delta T_+ = \frac{E_s A_s}{d^2} \{ \Delta h h + (\eta_c^2 + \Delta h^2)(b+h)e \}, \Delta T_- = \frac{E_s A_s}{d^2} \{ -\Delta h h + (\eta_c^2 + \Delta h^2)(b+h)e \}$$
なる附加張力が求められる。ここで d はハンガーの長さ $E_s A_s$ はハンガーのび剛性、 b は補剛げた重心軸とハンガー取付点間の距離、 η_c はケーブルのたわみ、 η_b は補剛げたのたわみである。また $\eta_b = \eta_c + \Delta h$ とする。ハンガーよりケーブルに伝達される力、すなわちハンガー頂点における ΔT_+ 、 ΔT_- の合力の水平成分 Q_c (右向き)、鉛直成分 P_c (下向き)はそれぞれ

$$Q_c = \frac{2E_s A_s}{d^2} e(b+h)(\eta_c^2 + \Delta h^2), P_c = \frac{2E_s A_s}{d^2} \beta \Delta h$$
で与えられる。また補剛げたに対する斜めハンガーの効果は区間 $(x-\bar{e}, x+\bar{e})$ について断面 x に水平力 $2Q_c$ (左向き)、鉛直力 $2P_c - (Q_c \cot \beta) \bar{e}$ (上向き)、モーメント $2Q_c(b+h) - Q_c \cot \beta \bar{e}$ (反時計方向)が附加された状態を考えればよいことになる。

たわみ理論において一般に用いられている $\Delta h = 0$ なる仮定を以下導入すると $\eta_b = \eta_c = \eta$ となる。

2. ケーブルのつり合い方程式 上に求めた Q_c 、 P_c を図-2のように連続的に分布させその密度を q 、 p_c とする。

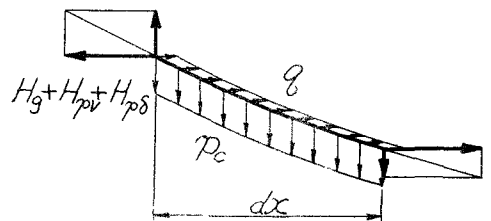


図-2

$$q = \frac{Q_c}{\bar{e}} = \frac{2E_s A_s}{d^3 \bar{e}} e^2 (b+h) \eta' = \Lambda \eta', \quad \mathcal{P}_c = \frac{R}{\bar{e}}$$

ケーブルの活荷重または温度変化による水平張力を、 $\mathcal{P}_c$ および温度変化による水平張力 H_{pv} と q のみによる水平張力 H_{ps} に分ける。つり合い条件より次式が与えられる。

$$H_{ps}' + q = 0 \quad \text{すなわち} \quad H_{ps} = -\int_0^x \Lambda \eta' du + C$$

$$-\Lambda \eta' (y + \eta') + (H_{pv} + C - \int_0^x \Lambda \eta' du) y'' + (H_g + H_{pv} + C - \int_0^x \Lambda \eta' du) \eta'' + \mathcal{P}_c = 0 \quad (1)$$

ここに Y は初期ケーブル曲線であり、ケーブル死荷重を g_c 、補剛げた死荷重を g_b 、初期ケーブル水平張力を H_g とすれば $H_g y'' + (g_c + g_b) = 0$ (2) で与えられる。

3. 補剛げたのつり合い方程式 補剛げたに作用する断面力を N, V, M とし、活荷重密度を p とすれば、ハンガー効果は図-3に示すように水平成分 q 、鉛直成分 $\Lambda - \mathcal{P}_c$ 、モーメント成分 m で与えられることになる。ただし

$$\Lambda = \frac{1}{2} (Q_c \cot \beta)', \quad m_1 = q(b+h), \quad m_2 = \frac{1}{2} Q_c \cot \beta$$

補剛げたの橋軸方向の境界条件として、 $x=0, x=L$ において $N=0$ とする。補剛げたのつり合い方程式は次式で与えられる。

$$(EI \eta'')'' - \{\Lambda \eta' (b+h)\}' - \Lambda \eta'^2 - \int_0^x \Lambda \eta' du \eta'' + \mathcal{P}_c = 0 \quad (3)$$

4. 基礎方程式 2, 3での議論より、斜めハンガーつり橋のつり合いに関する基礎方程式は、式(1), (3)より $\mathcal{P}_c$ を消去して

$$(EI \eta'')'' - (H_g + H_{pv} + C) \eta'' - (H_{pv} + C) y'' + \Lambda \eta' y' - \{\Lambda \eta' (b+h)\}' + \int_0^x \Lambda \eta' du y'' = p \quad (4)$$

式(2)で定義されるケーブル曲線 Y はタワー高を h_T とすれば $y = h_T - h, y' = -h', y'' = -h''$ である。また $\{(b+h) \int_0^x \Lambda \eta' du\}'' = h'' \int_0^x \Lambda \eta' du + 2\Lambda \eta' h' + (\Lambda \eta')' (b+h)$ したがって式(4)は $H_p = H_{pv} + C$ として

$$(EI \eta'')'' - (H_g + H_p) \eta'' + H_p h'' - \{(b+h) \int_0^x \Lambda \eta' du\}'' = p \quad (5)$$

上式に含まれる H_p はケーブル方程式より求められ、つぎのようになる。

$$H_p \frac{L_E}{E_s A_c} - \frac{1}{E_s A_c} \sum \int_0^L \Lambda \eta' du \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 dx \pm \alpha_t T L_T - \sum h'' \int_0^L \eta dx = 0 \quad (6)$$

ただし、 α_t は線膨張係数、 T は温度変化、 $L_E = \int_L \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 dx$ 、 $L_T = \int_L \left(\frac{ds}{dx} \right)^2 dx$ 、また総和記号はすべての径間にわたって実行するものとする。式(5), (6)が斜めハンガーつり橋のたわみに対する基礎方程式である。鉛直ハンガーつり橋の場合、 $\Lambda = 0$ となり、式(5), (6)は鉛直ハンガーつり橋の基礎方程式と一致する。式(5), (6)より斜めハンガーつり橋の挙動は鉛直ハンガーつり橋の場合と比較するとき Λ なるパラメーターで修正すればよいことがわかる。

5. ハンガー形式による基礎方程式の Simplification 特に $\Lambda = \Lambda_0 = \text{const.}$ であれば基礎方程式は極めて簡単化される。これは $b=0$ かつ $\beta, E_s A_s, \bar{e}$ が一定であるような場合に対応する。このとき $\int_0^x \Lambda \eta' du = \int_0^x \Lambda_0 \eta' du = \Lambda_0 \int_0^x \eta' du = \Lambda_0 \eta$ となり、式(5), (6)はつぎのようになる。

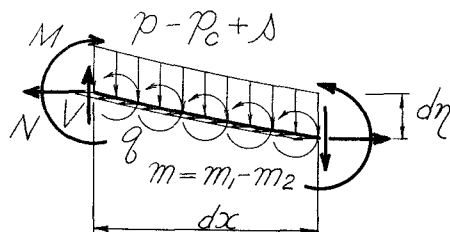
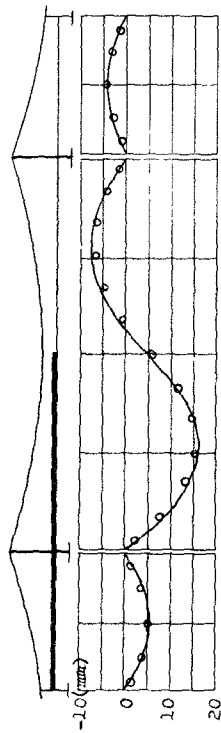
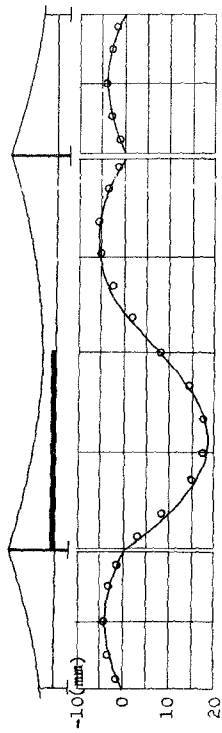
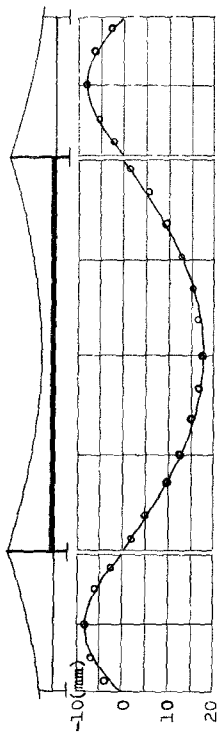
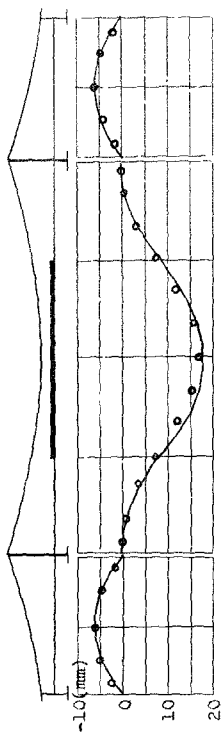
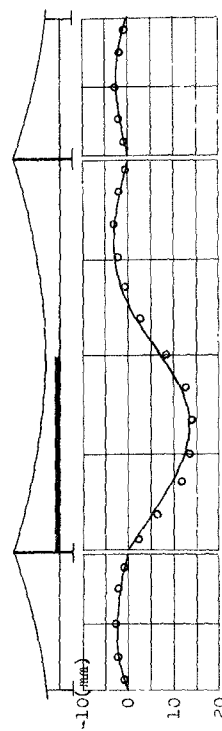
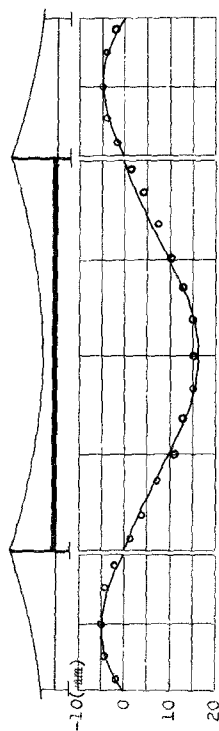
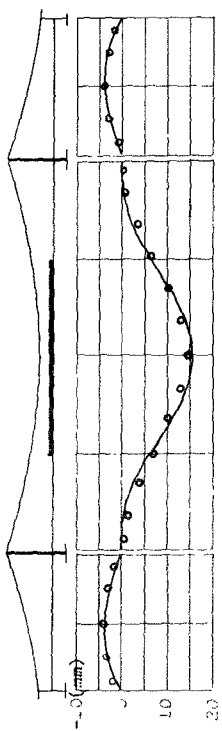


図-3



鉛直ハンガー

。実験値



斜めハンガー

図-4

$$(EI\eta'')'' - [\{H_0 + H_p + \Lambda_0(b+h)\}\eta]'' + H_p h'' = p \quad (7)$$

$$H_p \frac{LE}{EA_c} - \sum_0^L \left\{ h'' + \frac{\Lambda_0}{EA_c} \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 \right\} \eta dx \pm \alpha \pm TL\tau = 0 \quad (8)$$

式(7), (8)より $\Lambda = \Lambda_0 = \text{const.}$ なる斜めハンガーつり橋は鉛直ハンガーつり橋に比較して死荷重によるケーブル水平引張力が $\Lambda_0(b+h)/H_0$ 増加し, 活荷重によるケーブル水平引張力が $\sum_0^L \frac{\Lambda_0}{EA_c} \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 \eta dx / \sum_0^L h'' \eta dx$ だけ増加したものと等価になるものと考えられる。

II. 数値計算例

模型実験の結果と比較する意味で, $\Lambda = \Lambda_0 = \text{const.}$ として, 差分方程式により数値計算を行なった。計算に用いた諸元は, $L = 859.3 \text{ cm}$, $L_1 = 299.3 \text{ cm}$, $f = 72.44 \text{ cm}$

$f_1 = 8.954 \text{ cm}$, $E_c A_c = 117800 \text{ kg}$, $E_r A_r = 3420 \text{ kg}$, $b = 8.1 \text{ cm}$, $h_r = 78.64 \text{ cm}$

$L_E = 1881.0 \text{ cm}$, $H_0 = 236.86 \text{ kg}$, $p = 0.03144 \text{ kg/cm}$ 。

静的解析結果の一部を図-4に示す。模型実験において, 斜めハンガーの場合, $\Lambda \neq \text{const.}$ であるが, 計算上 $\Lambda = \Lambda_0 = \text{const.}$ とし, Λ_0 としては主径間の両端における値 5.2763 kg/cm をとった。

III. 考察

本研究では, 斜めハンガーつり橋の静的特性・動的特性について基礎的考察を加え, その基礎方程式を誘導し, KDC II を用いて数値計算を行なった。静的挙動に関する計算結果をこれまで著者らの行なった実験的結果と比較すれば図-4 のようであるが, 斜めハンガーの効果としてのパラメーター Λ をタワー近傍の値で近似した場合最も実験値とより一致を示している。このことは, スパン中央部での斜めハンガー効果は理論的には大きくとも, 作用力も同時に増大し, 結果的には, ケーブルの水平変位により補剛効果を減少し, 補剛効果を均等化するものと考えられる。

振動特性は, 下表に自由円振動数を示すが, 鉛直ハンガー形式の場合に比較して, いずれも約 10% 増加し, 補剛効果を示していると考えられる。斜めハンガーにつりての第1欄は Warren Type の場合にあたり, 第2欄は同様の頂角で Double Warren Type にした場合で, いずれもタワー近傍の Λ 値に対するものであり, 第3, 第4欄は, 主径間では 1/16 点, 側径間では 1/8 点の Λ 値に相当するものである。

Natural Circular Frequencies

	Vertical Hanger		Inclined Hanger		
Λ_0 (main)	0	5.2763	10.553	8.6878	17.376
Λ_0 (side)	0	5.2763	10.553	7.6036	15.207
symmetric					
1st	9.32	10.70	11.66	11.26	12.54
2nd	14.76	18.29	21.12	19.99	24.20
3rd	19.56	22.36	24.88	23.65	26.98
4th	30.95	35.90	40.07	38.69	44.76
asymmetric					
1st	9.02	11.41	13.28	12.66	15.30
2nd	13.95	17.87	20.98	19.32	23.34
3rd	22.17	26.50	30.03	28.84	33.92
4th	37.67	46.30	49.07	49.46	56.30