

## 不規則外力に与る多自由度系の応答-その2

京都大学工学部 正員 山田善一  
京都大学工学部 正員 〇竹宮繁和

## §. 1 まえがき

多自由度系構造物において、ある外的条件下で、隣相った2つの振動モードの固有振動数が接近した際、構造物の応答はいかなる様相を呈するか、また特に、減衰項が座標変換によっても対角化できないとき、これによる応答への効果はいかなるものかと追求すると共に、非定常入力仮定の下での構造物応答を確率論的に評価しようとするものである。

## §. 2 解析法

多自由度系構造物の運動方程式

$$M\ddot{X} + (K + iC)X = F \quad (1)$$

において、今、減衰項が決まる種類の形を採るとするならば

$$C = 2\beta M \quad (2)$$

$$C = 2\beta' M^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$C = 2\beta^* K \quad (4)$$

式(1)は、各次振動モードに分解され、振動モード間のクロス・パワーは

$$S^X = H S^0 H^{*'} \quad (5)$$

となる。更に、各質点について変換し直せば

$$S^X = V H V' S^V H^{*'} V' \quad (6)$$

一方、減衰項が直交モード座標に對角化できないときは、応答変位方向の座標を用いたリセパランスを採用することにより、構造物応答パワーは

$$S^X = \alpha S^F \alpha^{*'} \quad (7)$$

結局、(6)式あるいは(7)式から、多自由度系構造物応答の分散は

$$\sigma_X^2 = \int_0^\infty S^X d\omega \quad (8)$$

## §. 3 数値計算および考察

数値計算対象モデルとしては、理想化した10質点系のつり橋タワー・ビアー系を採用している。すなわち、系の動的な特性として、モード解析を前提のもとに各次振動モード間のクロス・パワーの系の応答への影響を調べるとき、外力パワーを白色雑音と仮定してもさほど問題とならないであろう。この結果は、図1に示す。これから、系の固有振動数が、ある振動モード間で接近した場合、接近モードがほぼ同一位相で入っているが、固有振動数が十分分離している状態では、それらは at random に入っていることが観察される。一般によく用いられる速度応答スペクトル  $S_v$  より簡便された2乗平均値応答は、各次振動モードの direct な効果のみを考慮したもので、従って、系の固有振動数が十分分離されたときのものに相当する応答量を与えることになる。

次に、減衰項が對角化できないとき、従って、振動モード間の連成運動が生ずる場合の系の振幅特性・位相特性を描いたものが図2、図3である。振幅特性においては、一般に

減衰が小さいと低次振動モードが大きく現われ、更に各質点については、タワー頂部近くでは高次振動モードが、タワー中央部では低次振動モードが顕著に出てくる。ヒョー近くになると、再び高次振動モードが現われて、ヒョーの回転は減衰が大きくなると2次モードに誘引されていることが分かる。しかしながら、減衰項が対角化できないために、1次と2次振動モードが接近したとき、それら2つの間の連成振動が生ずる環境によく観察される。さて、位相特性の図からは、1次モードと2次モードの接近は図3において、位相差はほぼ0あるいは $2\pi$ と読み取れ、十分離れた固有振動数においては、位相差は $\pi$ となっている。このようなモード間の位相差は、系の応答評価において考慮されなければならないであろう。

最後に、非定常外力と受ける構造物の非定常応答を計算したものが図6である。外力としては、前回の講演概要に記載したものを採用している。これらの統計諸量を用いて、構造物の安全性を評価していくことは可能である。

数値計算は、いずれも京都大学計算センター KDC-II によった。

#### Notations:

- M MASS matrix
- K stiffness matrix
- C damping matrix
- F 不規則外力
- X 応答値
- $\gamma$  直交モード座標
- $\eta$  直交モード座標の標準化変位関数
- ✓ モードベクトル
- ✗ 一般座標のシフト関数
- $S^F$  外力パワー・スペクトル
- $S^X$  応答パワー・スペクトル

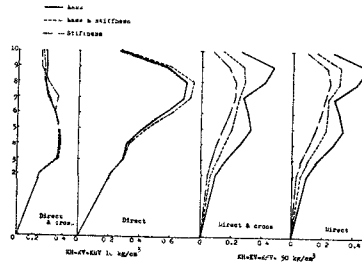


Fig. 1 Root-Mean Square Response

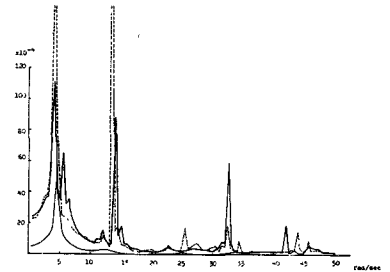


Fig. 2 Amplitude Characteristics Point 6

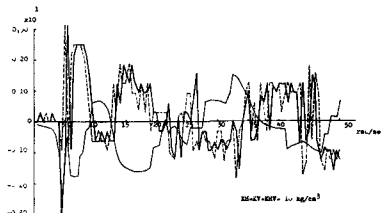


Fig. 3 Phase Characteristics Point 8

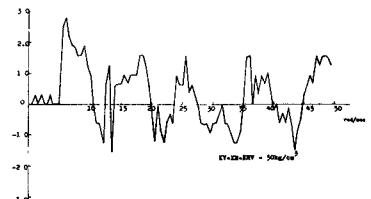


Fig. 4 Phase Characteristics Point 6

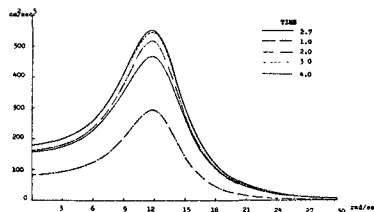


Fig. 5 Power Spectral Density of Input Acceleration

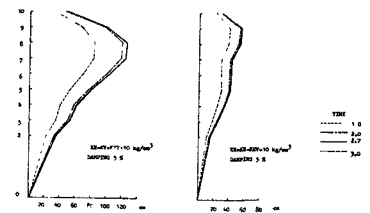


Fig. 6 Mean Square Response of Displacement