S字曲線形立体トラス橋の応力解析

立命館大学　正員　近藤繁人
川崎重工業(株)　正員　小林真人

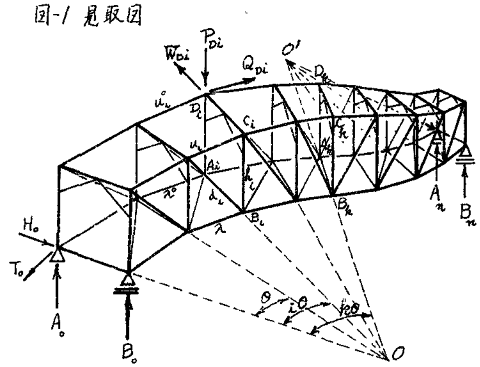
1. まえがき

高速車線の曲線部分に，曲線形のトラス橋を設置する場合には，立体構造物としての応力解析を行なわなければならない。ここでは，計算の便宜上，半径相等しい2個の円曲線をS字形に連続させ，中間に緩和曲線を入れない場合の立体トラス橋について，鉛直荷重，接線荷重，遠心荷重などが作用した場合の応力解析を試みた。[1]

2. 上げん材応力に関する階差方程式

図−1に示すようなS字曲線形立体トラス橋を例にとれば，これは静定構造で，この中央格点kの左側の上げん部材の応力をU°_k, U_kで表わし，階差方程式を駆使すると，[2]

図-1 見取図



① $$h_k\left(\frac{U^{\circ}_k}{u^{\circ}_k}\lambda^{\circ}+\frac{U_k}{u_k}\lambda\right)$$
$$=+\sum_{i=0}^{k-1}\left\{\lambda^{\circ}(P_{Ai}+P_{Di})+\lambda(P_{Bi}+P_{Ci})+2w_i\right\}\frac{\mathrm{Sin}(k-i)\theta}{\mathrm{Sin}\,\theta}$$
$$-\sum_{i=0}^{k-1}p_i\,\mathrm{Cos}(k-i)\theta-(\lambda^{\circ}A_0+\lambda B_0)\frac{\mathrm{Sin}\,k\theta}{\mathrm{Sin}\,\theta}=y_k$$

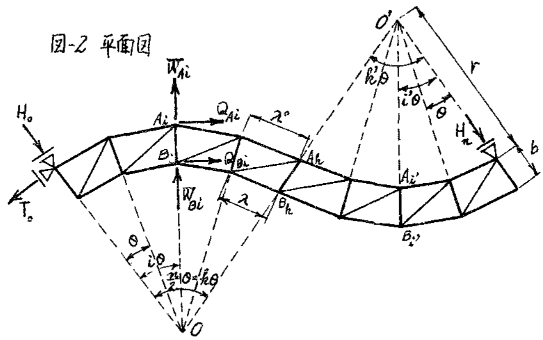
② $$h_k\left(\frac{U^{\circ}_k}{u^{\circ}_k}+\frac{U_k}{u_k}\right)$$
$$=\sum_{i=0}^{k-1}(k-i)P_i-\sum_{i=0}^{k-1}q_i-k(A_0+B_0)=x_k$$

ただし，

③ $$\begin{cases}P_i=P_{Ai}+P_{Bi}+P_{Ci}+P_{Di} & w_i=(W_{Ci}+W_{Di})h_i\,\mathrm{Sin}\frac{\theta}{2}\\ p_i=(Q_{Ci}+Q_{Di})h_i\,\mathrm{Sec}\frac{\theta}{2} & q_i=\left(\frac{Q_{Di}}{\lambda^{\circ}}+\frac{Q_{Ci}}{\lambda}\right)h_i\,\mathrm{Sec}\frac{\theta}{2}\end{cases}$$

反対側の支点からかぞえた中央格点番号k'についての$y_{k'}$, $x_{k'}$も同様の式となる。

図-2 平面図



3. 上げん材の応力

式①と②より

④ $$\frac{U^{\circ}_k}{u^{\circ}_k}=\frac{y_k-\lambda x_k}{(\lambda^{\circ}-\lambda)h_k}$$　⑤ $$\frac{U_k}{u_k}=-\frac{y_k-\lambda^{\circ}x_k}{(\lambda^{\circ}-\lambda)h_k}$$

(k'に対する$U^{\circ}_{k'}$, $U_{k'}$は，式④，⑤におけるkをk'とすればよい。

4. 左右両側の支点反力の関係

図−1において，中央上げん格点における接線方向の力のつり合條件式を作り，式①，②，③，④，⑤を代入して整理すると，

⑥ $$\frac{\lambda^{\circ}}{\lambda}A_0+\frac{\lambda}{\lambda^{\circ}}A_n+B_0+B_n=\frac{[\delta]}{r(r+b)\,\mathrm{Sin}\,k\theta}$$

ただし，

$$[\delta]=\sum_{i=0}^{k}\left(\begin{array}{l}(P_{Ai}+P_{Di})\{(r+b)^2\mathrm{Sin}(k-i)\theta+(r+b)ri\,\mathrm{Sin}\,\theta\}\\+(P_{Bi}+P_{Ci})r(r+b)\{\mathrm{Sin}(k-i)\theta+i\,\mathrm{Sin}\,\theta\}\\+Q_{Ci}h_i(r+b)\{1-\mathrm{Cos}(k-i)\theta\}+Q_{Di}h_i\{r\\-(r+b)\mathrm{Cos}(k-i)\theta\}+(W_{Ci}+W_{Di})h_i(r+b)\,\mathrm{Sin}(k-i)\theta\end{array}\right)+\sum_{i=k+1}^{n}\left(\begin{array}{l}(P_{Ai}+P_{Di})\{r^2\mathrm{Sin}(i-k)\theta+r(r+b)(n-i)\,\mathrm{Sin}\,\theta\}\\+(P_{Bi}+P_{Di})r(r+b)\{\mathrm{Sin}(i-k)\theta+(n-i)\,\mathrm{Sin}\,\theta\}\\-Q_{Ci}h_ir\{1-\mathrm{Cos}(i-k)\theta\}-Q_{Di}h_i\{r+b\\-r\,\mathrm{Cos}(i-k)\theta\}-(W_{Ci}+W_{Di})h_i\,r\,\mathrm{Sin}(i-k)\theta\end{array}\right)$$

5. 支点反力

図-1及び図-2のような曲線形立体トラス橋に，外力 P，Q，W が作用したとき，

(1) 直線 $A_n B_n$ を軸として $\Sigma M = 0$，　(2) 直線 OO' を軸として $\Sigma M = 0$，

(3) 鉛直反力と P_i に対し $\Sigma V = 0$，　(4) 接線 T_o 方向の水平力に対し $\Sigma H = 0$，

(5) A_o を通る鉛直線を軸として $\Sigma M = 0$，　(6) O' を通る鉛直線を軸として $\Sigma M = 0$

を作れば，式⑥と合せて方程式が7個，未知支点反力が7個であるから，この連立方程式を解けば，未知支点反力を求めることができる。すなわち次のようになる。

⑦ $A_o = \mu\{-r[\beta] + r[\gamma] + [\delta]\}$，　⑧ $A_n = \mu\{(r+b)(2r+b)\sin k\theta[\alpha] - (r+b)[\beta] + (r+b)[\gamma] - [\delta]\}$，

⑨ $B_o = \mu\{(r+b)[\beta] - r[\gamma] - [\delta]\}$，　⑩ $B_n = \mu\{-r(2r+b)\sin k\theta[\alpha] + r[\beta] - (r+b)[\gamma] + [\delta]\}$，

⑪ $$T_o = \sum_{i=0}^{k}\left(\begin{array}{l}(Q_{Ai} + Q_{Bi} + Q_{Ci} + Q_{Di})\cos i\theta \\ +(W_{Ai} + W_{Bi} + W_{Ci} + W_{Di})\sin i\theta\end{array}\right) + \sum_{k+1}^{n}\left(\begin{array}{l}(Q_{Ai} + Q_{Bi} + Q_{Ci} + Q_{Di})\cos(n-i)\theta \\ +(W_{Ai} + W_{Bi} + W_{Ci} + W_{Di})\sin(n-i)\theta\end{array}\right),$$

⑫ $$\frac{1}{\mu b}H_n = \sum_{i=0}^{k}\left(\begin{array}{l}-(Q_{Ai} + Q_{Di})(r+b)(1-\cos i\theta) \\ -(Q_{Bi} + Q_{Ci})\{r-(r+b)\cos i\theta\} \\ +(W_{Ai} + W_{Bi} + W_{Ci} + W_{Di})(r+b)\sin i\theta\end{array}\right) + \sum_{k+1}^{n}\left(\begin{array}{l}(Q_{Ai} + Q_{Di})\{r-(2r+b)\cos(i-k)\theta + (r+b)\cos(n-i)\theta\} \\ +(Q_{Bi} + Q_{Ci})\{r+b-(2r+b)\cos(i-k)\theta + (r+b)\cos(n-i)\theta\} \\ +(W_{Ai} + W_{Bi} + W_{Ci} + W_{Di})\{(2r+b)\sin(i-k)\theta + (r+b)\sin(n-i)\theta\}\end{array}\right),$$

⑬ $$\frac{1}{\mu b}H_o = \sum_{i=0}^{k}\left(\begin{array}{l}(Q_{Ai} + Q_{Di})\{(r+b)(1-\cos i\theta)-(2r+b)\sin k\theta\sin i\theta\} \\ +(Q_{Bi} + Q_{Ci})\{r-(r+b)\cos i\theta-(2r+b)\sin k\theta\sin i\theta\} \\ -(W_{Ai} + W_{Bi} + W_{Ci} + W_{Di})\{(r+b)\sin i\theta \\ \qquad -(2r+b)\sin k\theta\cos i\theta\}\end{array}\right) - \sum_{k+1}^{n}\left(\begin{array}{l}(Q_{Ai} + Q_{Di})[r+\{r+b-(2r+b)\cos k\theta\}\cos(n-i)\theta] \\ +(Q_{Bi} + Q_{Di})[r+b+\{r+b-(2r+b)\cos k\theta\}\cos(n-i)\theta] \\ +(W_{Ai} + W_{Bi} + W_{Ci} + W_{Di})\{r+b \\ \qquad -(2r+b)\cos k\theta\}\sin(n-i)\theta\end{array}\right)$$

ただし，$[\alpha]$，$[\beta]$，$[\gamma]$，μ は次の通りである。

$$[\alpha] = \sum_{i=0}^{n}P_i = \sum_{i=0}^{n}(P_{Ai} + P_{Bi} + P_{Ci} + P_{Di}),\qquad \mu = \frac{1}{b(2r+b)\sin k\theta},$$

$$[\beta] = \sum_{i=0}^{k}\left(\begin{array}{l}(P_{Ai} + P_{Di})\{(2r+b)\sin k\theta - (r+b)\sin i\theta\} \\ +(P_{Bi} + P_{Ci})\{(2r+b)\sin k\theta - r\sin i\theta\} \\ -(Q_{Ci} + Q_{Di})h_i\cos i\theta - (W_{Ci} + W_{Di})h_i\sin i\theta\end{array}\right) + \sum_{k+1}^{n}\left(\begin{array}{l}(P_{Ai} + P_{Di})r\sin(n-i)\theta + (P_{Bi} + P_{Ci})(r+b)\sin(n-i)\theta \\ -(Q_{Ci} + Q_{Di})h_i\cos(n-i)\theta - (W_{Ci} + W_{Di})h_i\sin(n-i)\theta\end{array}\right),$$

$$[\gamma] = \sum_{i=0}^{k}\left(\begin{array}{l}(P_{Ai} + P_{Di})(r+b)\sin(k-i)\theta + (P_{Bi} + P_{Ci}) \\ \times r\sin(k-i)\theta - (Q_{Ci} + Q_{Di})h_i\cos(k-i)\theta \\ +(W_{Ci} + W_{Di})h_i\sin(k-i)\theta\end{array}\right) - \sum_{k+1}^{n}\left(\begin{array}{l}(P_{Ai} + P_{Di})r\sin(i-k)\theta + (P_{Bi} + P_{Ci})(r+b) \\ \times\sin(i-k)\theta + (Q_{Ci} + Q_{Di})h_i\cos(i-k)\theta \\ -(W_{Ci} + W_{Di})h_i\sin(i-k)\theta\end{array}\right)$$

6. 部材応力

式④，⑤は k が中央格点でなくても成り立ち，しかも y_k，x_k は荷重と支点反力のみの関数になっているので，これらの式から部材応力 U_i°，U_i などを求めることができる。さらに各格点ごとに直交3軸方向の力の総和を0とおいた式を導き，また任意の格間に断面を仮定してトラスを左右両部分に分け，その一方側の内力と外力に対して，つり合条件式を作ると，全部材応力が求められる。（平面トラスの節点法及び断面法と同様である。）

参考文献

1) 近藤，小林：山梨大学工学部研究報告　第17号　昭和41年12月

2) 福田武雄：差分法

　　林　桂一：応用関数方程式