曲線桁の最小重量設計について

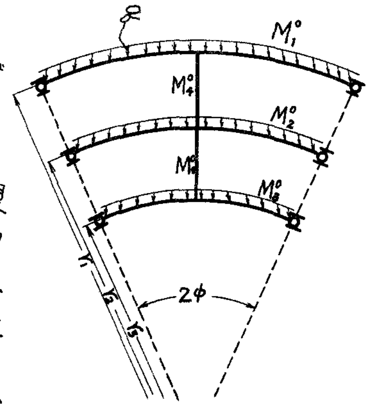
京都大学工学部　正員　山田善一
京都大学大学院　○学生員　岡田鉄三

1) 要旨

この研究は曲線格子桁への塑性設計(最小重量設計)法の適用の可能性を検討したものである。

2) 対象とした構造物

図・1のような曲線格子桁を対象に最小重量設計を行なってみた。断面は$\beta=1$なる断面形状を仮定し支点条件は曲げモーメントに対しては、$M=0$であるが、ねじりモーメントに対しては、固定であると仮定する。横桁のねじりモーメントに対する、抵抗は、ないものとする。各主桁の全塑性モーメントは、右図・1のとおりである。又、各主桁の曲率半径は外桁から各々、r_1, r_2, r_3, とする。横桁と主桁の結合は、剛結であるとする。さらに各部材は完全塑性体であるとし、降伏条件式は、$M^2+(T/\beta)^2=(M_0)^2$ を採用し、曲げねじりモーメント，軸力の影響は、無視できるものとする。その他一般に塑性解析に用いられる仮定は、すべて適用されるものとして以下の解析を行なう。

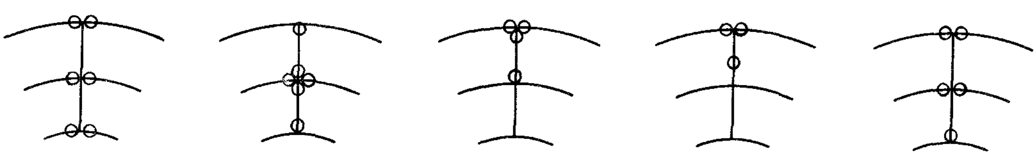


［図・1］

荷重状態は、各主桁に等分布荷重qが、鉛直方向に載荷された場合を考える。

3) 崩壊形式および崩壊荷重

崩壊形式は、図・2の5種類を考え、各崩壊形式について崩壊荷重を求めた。解析方法は、上界の定理による運動学的許容速度場から極限荷重を求めた。その結果は、次の式(1)〜(5)のとおりである。



(a)　(b)　(c)　(d)　(e)

［図・2］

(a) $$q_0=\frac{\frac{M_1^0}{r_1}+\frac{M_2^0}{r_2}+\frac{M_3^0}{r_3}}{(\psi\sin\psi+\cos\psi-1)(r_1+r_2+r_3)} \quad \text{------------ (1)}$$

(b) $$q_0=\frac{\frac{4r_2\sin\psi}{r_1-r_3}M_4^0+2M_2^0}{2r_2^2(\psi\sin\psi+\cos\psi-1)} \quad \text{------------ (2)}$$

(c) $$g_0 = \frac{4\left(\frac{M_1^0}{M_4^0}\right)^2\beta^2 + M_4^0\left[\frac{2r_2}{r_1-r_2}\left(\beta\sqrt{4\left(\frac{M_1^0}{M_4^0}\right)^2\beta^2-1}\cdot\sin\psi+1-\cos\psi\right)-1\right]}{2r_1^2\left[(\psi\sin\psi+\cos\psi-1)\beta\sqrt{4\left(\frac{M_1^0}{M_4^0}\right)^2\beta^2-1}+(\sin\psi-\psi\cos\psi)\right]} \quad \cdots\cdots (3)$$

(d) $$g_0 = \frac{2\sqrt{1+\beta^2\left(\frac{r_1\sin\psi}{r_1\cos\psi-r_2}\right)^2}\cdot M_1^0 + \left(\frac{r_1\sin\psi}{r_1\cos\psi-r_2}\right)\cdot M_4^0}{2r_1^2\left[(\psi\sin\psi+\cos\psi-1)+\frac{r_1\sin\psi(\sin\psi-\psi\cos\psi)}{r_1\cos\psi-r_2}\right]} \quad \cdots\cdots (4)$$

(e) $$g_0 = \frac{M_1^0\sqrt{\beta^2+\left(\frac{r_1\cos\psi-r_3}{r_1\sin\psi}\right)^2} + M_4^0\sqrt{\beta^2+\left(\frac{r_2\cos\psi-r_3}{r_2\sin\psi}\right)^2} + \frac{M_4^0}{2}}{(r_1^2+r_2^2)(\sin\psi-\psi\cos\psi)+(\psi\sin\psi+\cos\psi-1)\left[\frac{(r_1^2+r_2^2)\cos\psi-r_3(r_1+r_2)}{\sin\psi}\right]} \quad \cdots\cdots (5)$$

4) 設計

部材の単位長さ当りの重量と全塑性モーメントM_0との間に次の一次式があらわせるものとする。 $W = a + bM_0$ ……(6)

この時 重量関数は次のようになる。

$$W_f = 2\varphi(r_1M_1^0 + r_2M_2^0 + r_3M_3^0) + (r_1 - r_3)M_4^0 \quad \cdots\cdots (7)$$

この構造物の最小重量設計においては、静的許容条件をみたしてかつ(7)式の重量関数W_fを最小にする断面M_1^0～M_4^0を決定すればよいことになる。たとえば、いま数値例として$r_1=40m$, $r_2=33m$, $r_3=26m$, $\varphi=\pi/12$, $\beta=1$, $g=1t$とし安全率を1とすれば、$g_0=1t$となる。この場合次の(1)'～(5)'の条件を満してかつ(7)'式のW_fを最小にするM_1^0～M_4^0を決定すればよいことになる。

$$0.007M_1^0 + 0.009M_2^0 + 0.012M_3^0 \geq 1 \quad \cdots\cdots (1)'$$

$$0.027M_2^0 + 0.066M_4^0 \geq 1 \quad \cdots\cdots (2)'$$

$$\frac{\frac{4}{(M_4^0/M_1^0)^2} + 2.958\sqrt{\frac{4}{(M_4^0/M_1^0)^2}-1} - 0.616}{107.5\sqrt{\frac{4}{(M_4^0/M_1^0)^2}-1} + 19.2} \geq 1 \quad \cdots\cdots (3)'$$

$$0.042M_1^0 + 0.020M_4^0 \geq 1 \quad \cdots\cdots (4)'$$

$$0.015M_1^0 + 0.011M_2^0 + 0.005M_4^0 \geq 1 \quad \cdots\cdots (5)'$$

$$W_f = 20.9M_1^0 + 17.3M_2^0 + 13.6M_3^0 + 14M_4^0 \quad \cdots\cdots (7)'$$

ところで上式中には、M_4^0とM_1^0について一次関係にならない式が含まれる。そこで$k=M_4^0/M_1^0$なるパラメーターを導入しkに種々の値を与えれば、その各々の場合について(1)'～(5)'はすべて線型一次式となる。この色々なkの値に対して最適なW_f、およびM_1^0～M_4^0を求め、次にW_fとkの関係について検討しW_fを最小にするkの値を見出しその時のM_1^0～M_4^0をもって最良の断面とすれば、設計は完了する。なお種々のkの値が与えられた時(1)'～(5)'を満しW_fを最小にするM_1^0～M_4^0の決定方法としては線型計画で多く用いられるシンプレックス法を用いればよい。なおシンプレックス法に適用する際、双対問題に変換すれば計算手順が簡単になる場合が多い。以上のようにこの構造物に対して最小重量設計法が適用可能であることがわかったが以下計算の詳細、および結果については当日講述する。

[参考文献]

土木学会論文集第67号，「格子桁構造の極限荷重および最小重量設計に関する一研究」：米沢博
構造物の極限解析：田中尚
塑性設計法　　：藤田譲