

偏心変断面板ならびに板とはりの完全合成構造の曲げ理論

大阪工業大学 正員 岡村宏一

1. まえがき 曲げと全時に Scheibe 効果(例えば Flange action 等)の存在する板と板或いは板とはりとは偏心合成される場合は実際構造物の多くの構造要素の中に種々の格間比又さまざまな合成方式或いは載荷状態のもとに見出される。このような場合に 2 次元弾性理論と平板理論を併用して厳密に解析する方法は構造物のより忠実な立体的解析を行なう上に於て広般な応用面を持つものと思はれる。従来この分野に於ける研究例として K. Marguerre の縁桁を持つ単一板の略近的手法による解析(1952)、全般的問題に關する K. Sieglitz の有限階差法によるより詳細な解析(1963, 1965)、E. Rose の有限巾丁桁に關する近似解法(1965)、問題は異なるが M. Reise, M. Yitzhak 等の短い折板構造に關する解析(1965)等が挙げられる。本文では板と板又は板とはりの種々の合成方式或はその連続形によって構成される構造の立体解析を行う場合の解式を容易に得ることの出来る基本式とその組合せを求めた。そのためにまず図-1 に示すような板と板とを偏心合成させる条件を手える諸式を導き、更にその簡略化された形で板とはりとの 2 種類の偏心合成の条件式を求めた。解析は断面の平面保持の仮定のもとに Fourier 級数を用いて厳密に行なった。なお応用例として張出部の合成を考慮して張出床板橋の解法を示した。

2. 板と板との偏心合成

2-1 板の Scheibe 応力($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$), 歪(ϵ_x, ϵ_y), 面内変形(u_x, v_y):

図-1 に示すような偏心合成板のパネル i に着目する。応力関数 ϕ_i を導入して適合条件式ならびに ϕ_i の一般形は(1)(2)で示される。

$$\Delta^4 \phi_i = 0 \quad (1)$$

$$\phi_i = \sum_m \frac{1}{\alpha_m^2} (A_{mi} \sinh \alpha_m y + B_{mi} \cosh \alpha_m y + C_{mi} \alpha_m y \sinh \alpha_m y + D_{mi} \alpha_m y \cosh \alpha_m y) \sin \alpha_m x \\ + \sum_n \frac{1}{\beta_n^2} (A'_{ni} \sinh \beta_n x + B'_{ni} \cosh \beta_n x + C'_{ni} \beta_n x \sinh \beta_n x + D'_{ni} \beta_n x \cosh \beta_n x) \sin \beta_n y \quad (2)$$

ただし $\alpha_m = \frac{m\pi}{a}$, $\beta_n = \frac{n\pi}{b}$ 。応力及び変形歪は上記 ϕ_i を用いて次式で求まる。

$$\sigma_{xi} = \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y^2}, \quad \sigma_{yi} = \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x \partial y} \quad (3) \quad \epsilon_{xi} = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y), \quad \epsilon_{yi} = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) \quad (4)$$

$$u_{xi} = \int \epsilon_{xi} dx - cy + u_0, \quad v_{yi} = \int \epsilon_{yi} dy + cx + v_0 \quad (5)$$

E: 弾性常数

ただし $-cy + u_0$, $cx + v_0$ は構造全体の変形適合により定まる剛体変形, ν : ポアソン比

2-2 板の曲げによるたわみ(w) 断面力(モーメント M_x, M_y, M_{xy} せん断力 Q_x, Q_y 変算せん断力 V_x, V_y) 歪(ϵ_x, ϵ_y) 面内変形(u_x, v_y): 本文に於ては種々の立体構造に応用するため偶々でたわみが 0。他の周辺では仕意のたわみを生じ得る形を採用する。釣合条件式ならびにたわみの一般形は(6)(7)で示され又断面力歪面内変形は(8)~(12)の各式から求まる。

$$\Delta^4 w_i = \frac{P_i(x, y)}{D_i} \quad (6) \quad w_i = \sum_m (A_{mi} \sinh \alpha_m y + B_{mi} \cosh \alpha_m y + C_{mi} \alpha_m y \sinh \alpha_m y + D_{mi} \alpha_m y \cosh \alpha_m y) \sin \alpha_m x \\ + \sum_n (A'_{ni} \sinh \beta_n x + B'_{ni} \cosh \beta_n x + C'_{ni} \beta_n x \sinh \beta_n x + D'_{ni} \beta_n x \cosh \beta_n x) \sin \beta_n y \quad (7)$$

$$M_{xi} = -D_i \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} \right), \quad M_{yi} = -D_i \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} \right), \quad M_{xy} = -D_i (1-\nu) \frac{\partial^2 w_i}{\partial x \partial y} \quad (8) \quad Q_{xi} = -D_i \left(\frac{\partial^3 w_i}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 w_i}{\partial x \partial y^2} \right), \quad Q_{yi} = -D_i \left(\frac{\partial^3 w_i}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 w_i}{\partial y \partial x^2} \right) \quad (9)$$

$$V_{xi} = -D_i \left[\frac{\partial^3 w_i}{\partial x^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w_i}{\partial x \partial y^2} \right], \quad V_{yi} = -D_i \left[\frac{\partial^3 w_i}{\partial y^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w_i}{\partial y \partial x^2} \right] \quad (10) \quad \epsilon_{xi} = -Z_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2}, \quad \epsilon_{yi} = -Z_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} \quad (11) \quad u_x = Z_i \frac{\partial w_i}{\partial x}, \quad v_y = Z_i \frac{\partial w_i}{\partial y} \quad (12)$$

ただし $D_i = \text{板 } i \text{ の曲げ剛度 } (\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)})$, h : 板厚) $P_i(x, y)$: 荷重関数

2-3 偏心水平せん断力及び軸力の換算:

図-2に示すように接合面に於て中立線から e だけ偏倚して作用する水平せん断力 T_x , 及び軸力 N_x が板の境界に及ぼす作用を図-3に示すように中立面の縁辺に作用中心を持つ水平せん断力、軸力、曲げモーメント換算せん断力に置換する。

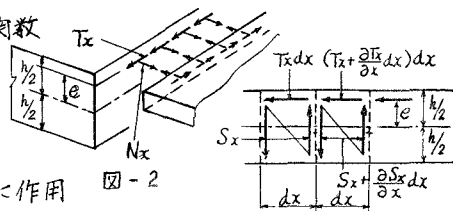


図-2

2-4 板の周辺に於ける拘束力、ならびに変形の基本式:

図-4を参照して板の周辺に於ける拘束力、変形をFourier級数に展開し、隣接板との接合面に於ける合成条件を容易に得るための基本式を導く。ここでは紙面の都合で x 軸に平行な相対辺 ($y=0$, $y=b$) の諸式を記載するが他の2辺の諸式も全採に求まる。

パネル i の板の上記各辺の拘束力 ($N_{xi}, T_{xi}, M_{xi}, V_{xi}, N_{yi}, T_{yi}, M_{yi}, V_{yi}$) 歪 ($\epsilon_{xi}, \epsilon_{yi}$) 変形 ($w_i, \phi_i, v_i, w_i', \phi_i', v_i'$) を次のように表はす

$N_{xi} = \sum_n N_{mi} \sin \alpha_m x$, $N_{yi} = \sum_m N_{mi}' \sin \alpha_m x$ (13) $T_{xi} = \sum_m T_{mi} \cos \alpha_m x$, $T_{yi} = \sum_m T_{mi}' \cos \alpha_m x$ (14)

$M_{xi} = \sum_m M_{mi} \sin \alpha_m x$, $M_{yi} = \sum_m M_{mi}' \sin \alpha_m x$ (15) $V_{xi} = \sum_m V_{mi} \sin \alpha_m x$, $V_{yi} = \sum_m V_{mi}' \sin \alpha_m x$ (16)

$w_i = \sum_m w_{mi} \sin \alpha_m x$, $w_i' = \sum_m w_{mi}' \sin \alpha_m x$ (17) $\phi_i = \sum_m \theta_{mi} \sin \alpha_m x$, $\phi_i' = \sum_m \theta_{mi}' \sin \alpha_m x$ (18)

$\epsilon_{xi} = \sum_m \epsilon_{mi} \sin \alpha_m x$, $\epsilon_{yi} = \sum_m \epsilon_{mi}' \sin \alpha_m x$ (19) $v_i = \sum_m v_{mi} \sin \alpha_m x$, $v_i' = \sum_m v_{mi}' \sin \alpha_m x$ (20)

式(2)~(5), (7)~(20)を用いて演算を行ない、式の中に含まれる Non-Circular Function を更に級数展開して周辺の任意点で成立つ関係式を導びきそれらを列挙すれば次の通りである。

$$-h_i B_{mi} = N_{mi} \quad (21) \quad -h_i F_{mi}(A_{mi}, B_{mi}, C_{mi}, D_{mi}) = N_{mi}' \quad (22)$$

$$-h_i (A_{mi} + D_{mi}) - h_i \sum_n G_{mni}(A_{ni}', B_{ni}', C_{ni}', D_{ni}') = T_{mi} \quad (23) \quad -h_i H_{mi}(A_{mi}, B_{mi}, C_{mi}, D_{mi}) - h_i \sum_n G_{mni}(A_{ni}', B_{ni}', C_{ni}', D_{ni}') = T_{mi}' \quad (24)$$

$$-d_m^2 \{ \nu_i \bar{B}_{mi} + 2\bar{C}_{mi} \} + \theta_{mi} \bar{B}_{mi} = M_{mi} \quad (25) \quad -\alpha_m^2 I_{mi}(\bar{A}_{mi}, \bar{B}_{mi}, \bar{C}_{mi}, \bar{D}_{mi}) + \theta_{mi} F_{mi}(A_{mi}, B_{mi}, C_{mi}, D_{mi}) = M_{mi}' \quad (26)$$

$$\frac{16}{\pi^2} \sum_n \gamma_{mni} \{ \beta_{ni}^2 + (1+\nu_i) \alpha_m \} L_{mni} - \alpha_m^3 \{ \nu_i \bar{A}_{mi} + \bar{D}_{mi} \} + \sum_n \beta_{ni}^3 J_{mni}(A_{ni}', B_{ni}', C_{ni}', D_{ni}') - \theta_{mi} \alpha_m (A_{mi} + D_{mi}) - \theta_{mi} \alpha_m \sum_n G_{mni}(A_{ni}', B_{ni}', C_{ni}', D_{ni}') = V_{mi} \quad (27)$$

$$\frac{16}{\pi^2} \sum_n (-1)^n \gamma_{mni} \{ \beta_{ni}^2 + (1+\nu_i) \alpha_m \} L_{mni} - \alpha_m^3 K_{mni}(\bar{A}_{mi}, \bar{B}_{mi}, \bar{C}_{mi}, \bar{D}_{mi}) + \sum_n (-1)^n \beta_{ni}^3 J_{mni}(A_{ni}', B_{ni}', C_{ni}', D_{ni}') - \theta_{mi} \alpha_m H_{mi}(A_{mi}, B_{mi}, C_{mi}, D_{mi})$$

$$- \theta_{mi} \alpha_m \sum_n (-1)^n G_{mni}(A_{ni}', B_{ni}', C_{ni}', D_{ni}') = V_{mi}' \quad (28)$$

$$\frac{1}{D_i} \bar{B}_{mi} = w_{mi} \quad (29)$$

$$\frac{1}{D_i} F_{mi}(\bar{A}_{mi}, \bar{B}_{mi}, \bar{C}_{mi}, \bar{D}_{mi}) = w_{mi}' \quad (30)$$

$$\frac{1}{D_i} \left\{ \frac{16}{\pi^2} \sum_n \gamma_{mni} L_{mni} + \alpha_m (\bar{A}_{mi} + \bar{D}_{mi}) + \sum_n \beta_{ni} R_{mni}(\bar{A}_{ni}', \bar{B}_{ni}', \bar{C}_{ni}', \bar{D}_{ni}') \right\} = \theta_{mi} \quad (31)$$

$$\frac{1}{D_i} \left\{ \frac{16}{\pi^2} \sum_n (-1)^n \gamma_{mni} L_{mni} + \alpha_m H_{mi}(\bar{A}_{mi}, \bar{B}_{mi}, \bar{C}_{mi}, \bar{D}_{mi}) + \sum_n (-1)^n \beta_{ni} R_{mni}(\bar{A}_{ni}', \bar{B}_{ni}', \bar{C}_{ni}', \bar{D}_{ni}') \right\} = \theta_{mi}' \quad (32)$$

$$\frac{1}{E} (\nu_2 B_{mi} + 2C_{mi}) + \frac{Z_i}{D_i} \alpha_m^2 \bar{B}_{mi} = \epsilon_{mi} \quad (33) \quad \frac{1}{E} I_{mi}(A_{mi}, B_{mi}, C_{mi}, D_{mi}, \nu_2) + \frac{Z_i}{D_i} \alpha_m^2 F_{mi}(\bar{A}_{mi}, \bar{B}_{mi}, \bar{C}_{mi}, \bar{D}_{mi}) = \epsilon_{mi}' \quad (34)$$

$$-\frac{1}{E} \left\{ \frac{1}{\alpha_m} (\nu_2 A_{mi} - \nu_1 D_{mi}) + \sum_n Q_{mni}(A_{ni}', B_{ni}', C_{ni}', D_{ni}') \right\} + \frac{Z_i}{D_i} \left\{ \frac{16}{\pi^2} \sum_n \gamma_{mni} L_{mni} + \alpha_m (\bar{A}_{mi} + \bar{D}_{mi}) + \sum_n \beta_{ni} R_{mni}(\bar{A}_{ni}', \bar{B}_{ni}', \bar{C}_{ni}', \bar{D}_{ni}') \right\} = v_{mi} \quad (35)$$

$$-\frac{1}{E} \left\{ \frac{1}{\alpha_m} K_{mi}(A_{mi}, B_{mi}, C_{mi}, D_{mi}, \nu_2) + \sum_n (-1)^n Q_{mni}(A_{ni}', B_{ni}', C_{ni}', D_{ni}') \right\} + \frac{Z_i}{D_i} \left\{ \frac{16}{\pi^2} \sum_n (-1)^n \gamma_{mni} L_{mni} + \alpha_m H_{mi}(\bar{A}_{mi}, \bar{B}_{mi}, \bar{C}_{mi}, \bar{D}_{mi}) + \sum_n (-1)^n \beta_{ni} R_{mni}(\bar{A}_{ni}', \bar{B}_{ni}', \bar{C}_{ni}', \bar{D}_{ni}') \right\} = v_{mi}' \quad (36)$$

ただし, $F_{mi} = A_{mi} \sinh \gamma_{mi} + B_{mi} \cosh \gamma_{mi} + C_{mi} \gamma_{mi} \sinh \gamma_{mi} + D_{mi} \gamma_{mi} \cosh \gamma_{mi}$

$$G_{mni} = \frac{2}{\alpha} \sum_n \frac{\beta_{ni}}{\alpha_m^2 + \beta_{ni}^2} \left\{ A_{ni} (-1)^m \sinh \gamma_{ni}' + \{ (-1)^m \cosh \gamma_{ni}' - 1 \} B_{ni}' + C_{ni}' \{ (-1)^m \gamma_{ni}' \sinh \gamma_{ni}' + \{ (-1)^m \cosh \gamma_{ni}' - 1 \} \frac{2\alpha_m^2}{\alpha_m^2 + \beta_{ni}^2} \} D_{ni}' \right\}$$

$$H_{mi} = A_{mi} \cosh \gamma_{mi} + B_{mi} \sinh \gamma_{mi} + C_{mi} (\sinh \gamma_{mi} + \gamma_{mi} \cosh \gamma_{mi}) + D_{mi} (\cosh \gamma_{mi} + \gamma_{mi} \sinh \gamma_{mi})$$

$$I_{mi} = \nu_1 A_{mi} \sinh \gamma_{mi} + \nu_1 B_{mi} \cosh \gamma_{mi} + (2 \cosh \gamma_{mi} + \nu_1 \gamma_{mi} \sinh \gamma_{mi}) \bar{C}_{mi} + (2 \sinh \gamma_{mi} + \nu_1 \gamma_{mi} \cosh \gamma_{mi}) \bar{D}_{mi}$$

$$J_{mni} = \frac{2}{\alpha} \frac{\alpha_m}{\alpha_m^2 + \beta_{ni}^2} \left\{ \nu_1 (-1)^m A_{ni}' \sinh \gamma_{ni}' + \nu_1 \{ (-1)^m \cosh \gamma_{ni}' - 1 \} B_{ni}' + \{ \nu_1 (-1)^m \gamma_{ni}' \sinh \gamma_{ni}' + 2 \nu_1 \{ (-1)^m \cosh \gamma_{ni}' - 1 \} \left(\frac{1+\nu_1}{\nu_1} - \frac{\beta_{ni}^2}{\alpha_m^2 + \beta_{ni}^2} \right) \} C_{ni}' \right\}$$

$$+ \left\{ V_1 (-1)^m \delta_{ni}' \cosh \delta_{ni}' + 2 V_1 (-1)^m \sinh \delta_{ni}' \times \left(\frac{1+V_1}{V_1} - \frac{\beta_{ni}^2}{\alpha_m^2 + \beta_{ni}^2} \right) \right\} D_{ni}'$$

$$K_{mni} = -V_1 \bar{A}_{ni} \cosh \delta_{ni}' - V_1 \bar{B}_{ni} \sinh \delta_{ni}' + \left\{ -V_1 (\delta_{ni}' \cosh \delta_{ni}' - \sinh \delta_{ni}') + 2 V_1 \sinh \delta_{ni}' \right\} \bar{C}_{ni} + \left\{ -V_1 (\delta_{ni}' \sinh \delta_{ni}' - \cosh \delta_{ni}') + 2 V_1 \cosh \delta_{ni}' \right\} \bar{D}_{ni}$$

$$Q_{mni} = \frac{2}{a} \frac{\alpha_m}{\beta_{ni}(\alpha_m^2 + \beta_{ni}^2)} \left\{ -V_2 (-1)^m \sinh \delta_{ni}' \bar{A}_{ni}' - V_2 \{ (-1)^m \cosh \delta_{ni}' - 1 \} \bar{B}_{ni}' + \left[-V_2 (-1)^m \delta_{ni}' \sinh \delta_{ni}' - 2 V_2 \{ (-1)^m \cosh \delta_{ni}' - 1 \} \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(\frac{1}{V_2} - \frac{\beta_{ni}^2}{\alpha_m^2 + \beta_{ni}^2} \right) \right] \bar{C}_{ni}' + \left[-V_2 (-1)^m \delta_{ni}' \cosh \delta_{ni}' - 2 V_2 \{ (-1)^m \sinh \delta_{ni}' - \frac{1}{V_2} - \frac{\beta_{ni}^2}{\alpha_m^2 + \beta_{ni}^2} \right] \bar{D}_{ni}' \right\}$$

$$R_{mni} = \frac{2}{a} \frac{-\alpha_m}{\alpha_m^2 + \beta_{ni}^2} \left\{ \bar{A}_{ni}' (-1)^m \sinh \delta_{ni}' + \bar{B}_{ni}' (-1)^m \cosh \delta_{ni}' - 1 \right\} + \left\{ (-1)^m \delta_{ni}' \sinh \delta_{ni}' - \frac{2 \beta_{ni}^2}{\alpha_m^2 + \beta_{ni}^2} \{ (-1)^m \cosh \delta_{ni}' - 1 \} \right\} \bar{C}_{ni}' \\ + \left\{ (-1)^m \delta_{ni}' \cosh \delta_{ni}' - \frac{2 \beta_{ni}^2}{\alpha_m^2 + \beta_{ni}^2} (-1)^m \sinh \delta_{ni}' \right\} \bar{D}_{ni}'$$

$F_{mi}(\bar{A}_{mi}, \bar{B}_{mi}, \bar{C}_{mi}, \bar{D}_{mi})$: $F_{mi}(A_{mi}, B_{mi}, C_{mi}, D_{mi})$ の式に含まれる各積分定数 $A_{mi}, B_{mi}, C_{mi}, D_{mi}$ を $\bar{A}_{mi}, \bar{B}_{mi}, \bar{C}_{mi}, \bar{D}_{mi}$ に置き換えたもの。

$H_{mi}(\bar{A}_{mi}, \bar{B}_{mi}, \bar{C}_{mi}, \bar{D}_{mi})$: 全上 $H_{mi}(A_{mi}, B_{mi}, C_{mi}, D_{mi})$ の置換式

$I_{mi}(A_{mi}, B_{mi}, C_{mi}, D_{mi}, V_2)$: $I_{mi}(\bar{A}_{mi}, \bar{B}_{mi}, \bar{C}_{mi}, \bar{D}_{mi}, V_1)$ の式に含まれる各積分定数 $A_{mi}, B_{mi}, C_{mi}, D_{mi}$ を $\bar{A}_{mi}, \bar{B}_{mi}, \bar{C}_{mi}, \bar{D}_{mi}$ 及び V_2 を V_1 を夫々 $A_{mi}, B_{mi}, C_{mi}, D_{mi}$ 及び V_2 に入れ換えたもの

$K_{mi}(A_{mi}, B_{mi}, C_{mi}, D_{mi}, V_2)$: 全上 $K_{mi}(\bar{A}_{mi}, \bar{B}_{mi}, \bar{C}_{mi}, \bar{D}_{mi}, V_1)$ の置換式

L_{mi} : 荷重の展用係数 $= \int_0^1 \sin \alpha_m x \sin \beta_{ni} x \sin \beta_{ni} x \sin \beta_{ni} x dx$: 一般形は荷重中心が (Z_0, θ_0) にあり強度 q_0 分布面積 $2U \times 2V$ の矩形等分布荷重で与えられるが、設計上必要な荷重に応じて書換えることが出来る。

$$\text{又, } \lambda_{ni} = \frac{\beta_{ni}}{a}, \delta_{ni} = \lambda_{ni} m \pi, \delta_{ni}' = \frac{\pi \lambda_{ni}}{\lambda_{ni}}, V_1 = 1 - V, V_2 = 1 + V$$

2-5. 板と板との偏心合成の条件: 再び図-1を参照してパネル $i-1$ と i の間の接合辺を取り出しその合成の条件を示す。条件式は2-4で求めた基本式を用いて容易に組立てることが出来る。

(1) 軸力の連続; $N_{mi} = N_{m,i-1}$ (37) (2) 水平せん断力の連続; $T_{mi} = T_{m,i-1}$ (38)

(3) 曲げモーメントの連続; $M_{mi} = M_{m,i-1}$ ($e_{i-1} = 0$) (板 $i-1$ には偏心曲げモーメントは作用しない) (39)

(4) 換算せん断力の連続; $V_{mi} = V_{m,i-1}$ ($e_{i-1} = 0$) (板 $i-1$ には偏心による換算せん断力は作用しない) (40)

(5) ねりみの連続条件; $W_{mi} = W_{m,i-1}$ (41) (6) ねりみ角の連続条件; $\theta_{mi} = \theta_{m,i-1}$ (42)

(7) x 方向歪の連続条件; 図-5に示すように接合面内で歪が一致する条件は $\epsilon_{mi}(Z_i = -e_i) = \epsilon_{m,i-1}(Z_{i-1} = 0)$ (43)

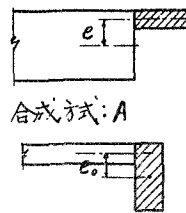
(8) y 方向変形の連続条件; (7)と全板に接合面内で変形が連続する条件は $V_{mi}(Z_i = -e_i) = V_{m,i-1}(Z_{i-1} = 0)$ (44)

3. 板とはりとの偏心合成

2-4で求めた板に対する基本式と図-7に示すようなはりの条件に対する基本式を求めて2の板と板に対する場合より簡略化された形で板とはりの合成条件を求めることが出来る。基本式の組合せの方法により図-6に示すような2種類の合成方式に対する条件式が得られる。図-7のはりの断面力及び変形は次の(43)~(46)より求める。

$$\frac{dN_{ox}}{dx} = T_{ox} \quad (45) \quad EI_0 \frac{d^2 \theta_{ox}}{dx^2} = P_{ox} - e_0 \frac{dT_{ox}}{dx} \quad (46)$$

$$M_{ox} = J_0 \frac{d^2 \phi}{dx^2} \quad (47) \quad E_{ox} = -Z_0 \frac{d^2 W_{ox}}{dx^2} = \frac{N_{ox}}{EA_0} \quad (48)$$



合成方式: A

合成方式: B

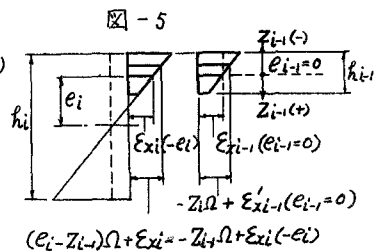


図-5

$$(e_i - Z_{i-1}) \Omega + E_{xi} = -Z_{i-1} \Omega + E_{xi}(-e_i)$$

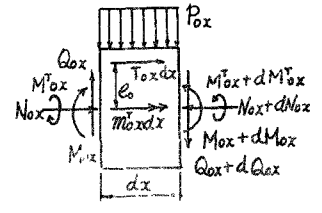


図-7

図-6

ただし、 EI_0 はりの曲げ剛度、 A_0 はりの断面積、 J_0 はりのねじり剛性係数、

φ はりのねじり角、である断面力及び変形の連続条件によって図-6 に示すような2種類の合成方式[A, B]に対して次のような合成条件式が得られる、

[合成方式:A] (1) $N_{mi} = 0$ (49) 主床板と張出部(はり)とを考えた場合、と接合辺に於てこれと直角方向の張出部の面内拘束を無視したものである。

(2) $M_{mi}(e=0) = 0$ (50) 上と全称に張出部のねじり拘束を無視したものである。

(3) $W_{mi} = \frac{1}{EI_0 \alpha_m^2} \left\{ \frac{V_{mi}}{\alpha_m} + \frac{1}{a} \{C_0 + (-1)^{m+1} C_0'\} \right\}$ (51) たわみ及び、反力の連続条件

(4) $E_{mi}(Z_i = -e) = -\frac{1}{EA_0 \alpha_m} \left\{ T_{mi} + \frac{C_0}{a} \{(-1)^{m+1} + 1\} \right\}$ (52) 歪の連続条件

ただし $C_0, C_0', \bar{C}_0$ 等ははりの連続条件により定められる。

[合成方式:B] (1) $N_{mi} = 0$ (53) (2) $M_{mi}(e=0) = J_0 \alpha_m^2 \theta_{mi} + \frac{C_0}{2a} \{(-1)^{m+1} + 1\}$ (54)

(3) $W_{mi} = \frac{1}{EI_0 \alpha_m^2} \left\{ \frac{V_{mi}(e=0) + C_0 \alpha_m T_{mi}}{\alpha_m} + \frac{1}{a} \{C_0 + (-1)^{m+1} C_0'\} \right\}$ (55)

(4) $E_{mi}(Z_i = 0) = -e_0 \alpha_m^2 W_{mi} - \frac{1}{EA_0 \alpha_m} \left\{ T_{mi} + \frac{C_0}{a} \{(-1)^{m+1} + 1\} \right\}$ (56)

4 応用例: 応用例として張出部の合成を考慮した単純床板橋(図-8)の解析を示す。

4-1 荷重が主床板内にある場合: この場合は

張出床板をはりと考え板とはりの偏心合成法で解析する。合成方式はAである。今支承辺($x=0, x=a$)に於てたわみ $=0$, Scheibe 応力 $=0$, と見做せば、変形断面力の一般式で

$A_n' = B_n' = C_n' = D_n' = \bar{A}_n' = \bar{B}_n' = \bar{C}_n' = \bar{D}_n' = 0$ $C_0 = C_0' = \bar{C}_0 = 0$

又このような比較的単純な板では対称性を考慮すると便利である。基本となる対称性に関して次の関係を得る。

$B_m = -\Gamma_m A_m - \Lambda_m C_m$ $D_m = -\Delta_m C_m$

$\bar{B}_m = -\Gamma_m \bar{A}_m - \Lambda_m \bar{C}_m$ $\bar{D}_m = -\Delta_m \bar{C}_m$

$\delta_m = \text{Coth} \lambda_m \pi e + \text{Cosech} \lambda_m \pi e$, $\epsilon_m = \text{Coth} \lambda_m \pi e - \text{Cosech} \lambda_m \pi e$, $\zeta_m = \lambda_m \pi e \text{Cosech} \lambda_m \pi e$,

$\lambda = \frac{b}{a}$, 以上より未知の積分常数は $A_m, C_m, \bar{A}_m, \bar{C}_m$ の4個であり、3節[合成方式A]の(49)~(52)の各式から容易に定めることができる。すなわち

$A_m = -\frac{\Lambda_m}{\Gamma_m} C_m$, $\bar{A}_m = \frac{1}{\Gamma_m} \left(\frac{2}{1-\nu} - \Lambda_m \right) \bar{C}_m$, $\bar{C}_m = -\frac{1}{2} \frac{\delta_m}{\omega m^2} \frac{1-K}{K^2} a^4$, $C_m = \frac{32(K')^2 \lambda \rho_m}{\pi^4 (1-K) \{ \mu_m \delta_m - m \omega \left(\frac{\Lambda_m}{\Gamma_m} + \Delta_m \right) \}}$

ただし $\mu_m = \pi^2 \left\{ \frac{2}{\Gamma_m} + \nu_2 (\Delta_m + 2 \lambda \pi e K^2 m) - \nu_1 \frac{\Lambda_m}{\Gamma_m} \right\}$, $\lambda \rho_m = 2m\pi + \frac{1}{\lambda p} (\Delta_m + \frac{\Lambda_m}{\Gamma_m})$, $\rho_m = \sum \frac{n^2 + (1+\nu) m^2 \lambda^2}{n^2 (n^2 \lambda^2 + \pi^2 p^2)} L_{mn}$,

$\omega = 6 \nu_2 (1-K)^2 \pi^3$, $K = \frac{b}{h}$, $K' = \frac{a}{h}$, $p = \frac{A'}{A} = \frac{b' h'}{b h}$ 。

4-2 荷重が張出部にある場合: この場合には張出部に局部的曲げを生ずるので板と板との偏心合成法で解析する。ただし張出部のScheibe Stress ははりとして全称に考える。今主板をし、張出部を $i-1$ で表わし、支承辺に沿う張出部のたわみを無視すれば前題同様

$A_{ni} = B_{ni} = C_{ni} = D_{ni} = \bar{A}_{ni} = \bar{B}_{ni} = \bar{C}_{ni} = \bar{D}_{ni} = 0$, $A_{mi,i-1} = B_{mi,i-1} = C_{mi,i-1} = D_{mi,i-1} = A'_{mi,i-1} = B'_{mi,i-1} = C'_{mi,i-1} = D'_{mi,i-1} = \bar{A}_{mi,i-1} = \bar{B}_{mi,i-1} = \bar{C}_{mi,i-1} = \bar{D}_{mi,i-1} = 0$

又 $\bar{C}_0 = 0$ 今主板に対称性を考慮した解式を用い、未知の積分常数は $A_{mi}, C_{mi}, \bar{A}_{mi}, \bar{C}_{mi}$ の8個であり、張出部自由辺の条件及び接合辺の合成条件より定まる。

1) $M_{mi,i-1} = 0$ 2) $V_{mi,i-1} = 0$ 3) $N_{mi} = 0$ 4) $M_{mi} = M'_{mi,i-1}$ 5) $V_{mi} = V'_{mi,i-1} (e_{i-1} = 0)$

6) $W_{mi} = W'_{mi,i-1}$ 7) $\theta_{mi} = \theta'_{mi,i-1}$ 8) $E_{mi}(Z_i = -e_i) = -\frac{1}{EA_0 \alpha_m} T_{mi}$ の諸式が条件式となる。

4-2 荷重が張出部にある場合: この場合には張出部に局部的曲げを生ずるので板と板との偏心合成法で解析する。ただし張出部のScheibe Stress ははりとして全称に考える。今主板をし、張出部を $i-1$ で表わし、支承辺に沿う張出部のたわみを無視すれば前題同様

$A_{ni} = B_{ni} = C_{ni} = D_{ni} = \bar{A}_{ni} = \bar{B}_{ni} = \bar{C}_{ni} = \bar{D}_{ni} = 0$, $A_{mi,i-1} = B_{mi,i-1} = C_{mi,i-1} = D_{mi,i-1} = A'_{mi,i-1} = B'_{mi,i-1} = C'_{mi,i-1} = D'_{mi,i-1} = \bar{A}_{mi,i-1} = \bar{B}_{mi,i-1} = \bar{C}_{mi,i-1} = \bar{D}_{mi,i-1} = 0$

又 $\bar{C}_0 = 0$ 今主板に対称性を考慮した解式を用い、未知の積分常数は $A_{mi}, C_{mi}, \bar{A}_{mi}, \bar{C}_{mi}$ の8個であり、張出部自由辺の条件及び接合辺の合成条件より定まる。

1) $M_{mi,i-1} = 0$ 2) $V_{mi,i-1} = 0$ 3) $N_{mi} = 0$ 4) $M_{mi} = M'_{mi,i-1}$ 5) $V_{mi} = V'_{mi,i-1} (e_{i-1} = 0)$

6) $W_{mi} = W'_{mi,i-1}$ 7) $\theta_{mi} = \theta'_{mi,i-1}$ 8) $E_{mi}(Z_i = -e_i) = -\frac{1}{EA_0 \alpha_m} T_{mi}$ の諸式が条件式となる。

4-2 荷重が張出部にある場合: この場合には張出部に局部的曲げを生ずるので板と板との偏心合成法で解析する。ただし張出部のScheibe Stress ははりとして全称に考える。今主板をし、張出部を $i-1$ で表わし、支承辺に沿う張出部のたわみを無視すれば前題同様

$A_{ni} = B_{ni} = C_{ni} = D_{ni} = \bar{A}_{ni} = \bar{B}_{ni} = \bar{C}_{ni} = \bar{D}_{ni} = 0$, $A_{mi,i-1} = B_{mi,i-1} = C_{mi,i-1} = D_{mi,i-1} = A'_{mi,i-1} = B'_{mi,i-1} = C'_{mi,i-1} = D'_{mi,i-1} = \bar{A}_{mi,i-1} = \bar{B}_{mi,i-1} = \bar{C}_{mi,i-1} = \bar{D}_{mi,i-1} = 0$

又 $\bar{C}_0 = 0$ 今主板に対称性を考慮した解式を用い、未知の積分常数は $A_{mi}, C_{mi}, \bar{A}_{mi}, \bar{C}_{mi}$ の8個であり、張出部自由辺の条件及び接合辺の合成条件より定まる。

1) $M_{mi,i-1} = 0$ 2) $V_{mi,i-1} = 0$ 3) $N_{mi} = 0$ 4) $M_{mi} = M'_{mi,i-1}$ 5) $V_{mi} = V'_{mi,i-1} (e_{i-1} = 0)$

6) $W_{mi} = W'_{mi,i-1}$ 7) $\theta_{mi} = \theta'_{mi,i-1}$ 8) $E_{mi}(Z_i = -e_i) = -\frac{1}{EA_0 \alpha_m} T_{mi}$ の諸式が条件式となる。

4-2 荷重が張出部にある場合: この場合には張出部に局部的曲げを生ずるので板と板との偏心合成法で解析する。ただし張出部のScheibe Stress ははりとして全称に考える。今主板をし、張出部を $i-1$ で表わし、支承辺に沿う張出部のたわみを無視すれば前題同様

$A_{ni} = B_{ni} = C_{ni} = D_{ni} = \bar{A}_{ni} = \bar{B}_{ni} = \bar{C}_{ni} = \bar{D}_{ni} = 0$, $A_{mi,i-1} = B_{mi,i-1} = C_{mi,i-1} = D_{mi,i-1} = A'_{mi,i-1} = B'_{mi,i-1} = C'_{mi,i-1} = D'_{mi,i-1} = \bar{A}_{mi,i-1} = \bar{B}_{mi,i-1} = \bar{C}_{mi,i-1} = \bar{D}_{mi,i-1} = 0$

又 $\bar{C}_0 = 0$ 今主板に対称性を考慮した解式を用い、未知の積分常数は $A_{mi}, C_{mi}, \bar{A}_{mi}, \bar{C}_{mi}$ の8個であり、張出部自由辺の条件及び接合辺の合成条件より定まる。

1) $M_{mi,i-1} = 0$ 2) $V_{mi,i-1} = 0$ 3) $N_{mi} = 0$ 4) $M_{mi} = M'_{mi,i-1}$ 5) $V_{mi} = V'_{mi,i-1} (e_{i-1} = 0)$

6) $W_{mi} = W'_{mi,i-1}$ 7) $\theta_{mi} = \theta'_{mi,i-1}$ 8) $E_{mi}(Z_i = -e_i) = -\frac{1}{EA_0 \alpha_m} T_{mi}$ の諸式が条件式となる。

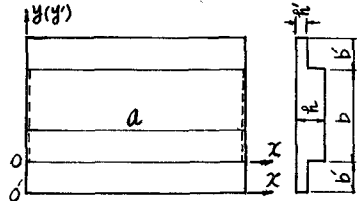


図-8

対称性	m	n	Γ_m	Δ_m	Λ_m
左右対称	1,3,5...	1,3,5...	δ_m	ϵ_m	ζ_m
左右非対称	2,4,6...	1,3,5...	δ_m	ϵ_m	ζ_m
左右対称	1,3,5...	2,4,6...	ϵ_m	δ_m	$-\zeta_m$
左右非対称	2,4,6...	2,4,6...	ϵ_m	δ_m	$-\zeta_m$