多間高層ラーメンの水平力に対する解法について

大阪工大 正員 工博 重松恩

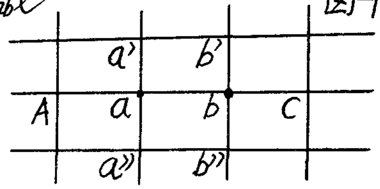
本文は構造の節点が外力のモーメントをうけて生ずる撓角のその周辺節点への配分法とは逆に，任意節点がその周辺の載荷せる節点からの撓角の配分を自己に收集する方法であるので，被配分法と言えうるであろう。かく節点モーメントとそれによる撓角とのエネルギー関係に基く解法であるので，これに使用される計節要素は，モーメント分配法，従って撓角分配法に使用されるものと同じ定義に立つものであり，ただここではその弾性内容に一時的の仮定がなく，一般性のものであることは了承されるであろう。解法に関する弾性基本式としては slope formula と，特に部材角(R)の生ずべき部材及び連部材に対しては slope shear formula，

$M_{ab}=k_{ab}K(\Theta_a-\Theta_b)-\frac{1}{2}S_{ab}l$ ， $M_{ba}=k_{ab}K(\Theta_b-\Theta_a)-\frac{1}{2}S_{ab}l$

を適用して計算を簡単に取扱うものとする

（Slope formula からの計算要素算出法及び Slope shear formula について，昭和41年11月土木学会関西支部講演会：拙著，多間ラーメンの動荷重に対する解法．参照）

図－1



i) 節点の撓角の値及びその減衰到達を表わす形状係数

図－1を参照して各要素の記号及び解法に関する公式を誘導する。

$m_{ab}, m_{aa'}, m_{aa''}, m_{aA}$：節点 a に関する剛度モーメント； a の単位撓角 $(K\Theta_a=1)$ によって，a に剛結する各部材の端モーメント。これら剛度モーメントの和を記号 $\mathfrak{R}_a$ で表わして

$\mathfrak{R}_a=m_{ab}+m_{aa'}+m_{aa''}+m_{aA}$ ....(1) （モーメント分配法の配分率では $\mathfrak{R}_a$ はその分母にあたる）

slope shear 公式の基本部分， $M_{ab}=k_{ab}K(\Theta_a-\Theta_b)$ ....(2) $M_{ba}=k_{ab}K(\Theta_b-\Theta_a)$ ....(3)

に対し $M_{ab}=m_{ab}K\Theta$ を式(2)に代入することにより， $K\Theta_b/K\Theta_a=1-m_{ab}/k_{ab}$ ....(a)

次に $M_{ba}=-(M_{bc}+M_{bb'}+M_{bb''})=-K\Theta_b(m_{bc}+m_{bb'}+m_{bb''})=-K\Theta_b(\mathfrak{R}_{b-ba})$ を式(3)に代入することにより $K\Theta_b/K\Theta_a=k_{ab}/(k_{ab}+\mathfrak{R}_{b-ba})$ .... (b) 式(a)と(b)から m_{ab} の計算式を

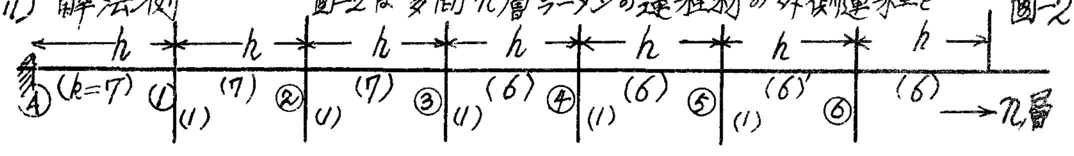
$m_{ab}=\dfrac{k_{ab}\mathfrak{R}_{b-ba}}{k_{ab}+\mathfrak{R}_{b-ba}}$ ----(4) また式(a)を $K\Theta_a$ の隣接節点への減衰到達率で表わして $\mu_{ab}=1-\dfrac{m_{ab}}{k_{ab}}$ ....(5)

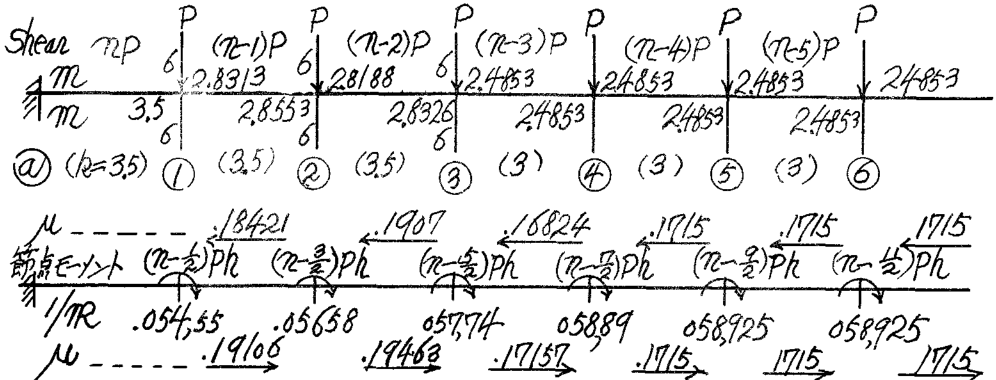
かくて式(1)により，節点 a に与えられる外力の単位モーメントによるその撓角は $1/\mathfrak{R}_a$，従って M_a によっては $\frac{1}{\mathfrak{R}_a}M_a$ であり，これが μ_{ab} により，減衰されて逐次隣接節点に配分される。

いま，任意の節点 a, d については strain energy の相対性原理により，d に与えられるモーメント M^0 により a に生ずる $K\Theta_a$ の値は，a に与えられる同じモーメント M^0 により d に生ずる $K\Theta_d$ の値に等しいことから，さきにのべたように任意の節点 a に関する被配分法が考えられる。

ii) 解法例　　図－2は多間 n 層ラーメンの連柱材の外側連柱と

図－2





中間連柱を示し、その剛比は比例して与えられ、少くも外側部1〜2連柱よりその中間の連柱は同一の形状にあり、それらは節点の各水平力（これを便宜上Pとする）により逆対称変形即ち同値の応力変形をうけるものとする。中間連柱 a1234…の下層部の応力変形の算出。

解：　図に m, μ, $1/\mathcal{R}$, shear及び P による節点モーメントの数値を示す。任意の $K\Theta_2$ の解式を表せば、

$$K\Theta_2=\frac{1}{\mathcal{R}_2}\{\mu_{21}(n-\tfrac{1}{2})Ph+(n-\tfrac{3}{2})Ph+\mu_{23}(n-\tfrac{5}{2})Ph+\mu_{23}\mu_{34}(n-\tfrac{7}{2})Ph+\mu_{23}\mu_{34}\mu_{45}(n-\tfrac{9}{2})Ph$$

係數の數値を与えて各 $K\Theta$ を表せば、

	$(n-\frac{1}{2})Ph$	$(n-\frac{3}{2})Ph$	$(n-\frac{5}{2})Ph$	$(n-\frac{7}{2})Ph$	$(n-\frac{9}{2})Ph$	$(n-\frac{11}{2})Ph$	$(n-\frac{13}{2})Ph$
$K\Theta_1=$	054,55	010,42	002,03	00035	000,06		
$K\Theta_2=$	010,42	056,58	011,005	001,89	000,32	000,06	
$K\Theta_3=$	002,03	011,007	057,744	009,907	001,70	000,297	000,06
$K\Theta_4=$	000,35	001,89	009,907	058,89	010,105	001,73	000,30
$K\Theta_5=$	000,06	000,32	001,70	010,105	058,925	010,11	001,73

$K\Theta_1=(067{,}407n-049{,}464)Ph$　　$K\Theta_4=(083{,}218n-291{,}20)Ph$

$K\Theta_2=(080{,}272n-125{,}96)Ph$　　$K\Theta_5=(083{,}305n-374{,}83)Ph$

$K\Theta_3=(082{,}734n-206{,}173)Ph$

$M_{a1}=3.5K(0-\Theta_1)-\frac{1}{2}nPh=(-735{,}93n+173{,}12)Ph$　　$M_{11'}=M_{11''}$

$M_{1a}=3.5K(\Theta_1-0)-\frac{1}{2}nPh=(-264{,}07n-173{,}12)Ph$　　$=K(6\Theta_1)$

$M_{12}=3.5K(\Theta_1-\Theta_2)-\frac{1}{2}(n-1)Ph=(-545{,}03n+767{,}74)Ph$　　$=(404{,}44n-296{,}5)Ph$

若しRを求めんとするならば、　$KR_{ab}=\frac{1}{2}K(\Theta_a+\Theta_b)+\frac{1}{12k_{ab}}S_{ab}l$ により

$KR_{12}=\frac{1}{2}K(\Theta_1+\Theta_2)+\frac{1}{12\times3.5}S_{12}h=(097{,}65n-111{,}52)Ph$

slope def formula により、$M_{12}=3.5K(4\Theta_1+2\Theta_2-6R_{12})=(-545{,}03n+767{,}75)Ph$

次に、一般に節点モーメント M_a と撓角 $K\Theta$ との比は $\mathcal{R}_a$ であるので

$M_a=\mathcal{R}_aK\Theta_a$ ….(6) により M_a は $K\Theta_a$ を求めると同一、むしろ簡単に算出される。例えば、

$M_1=\frac{1}{2}nPh$(左)(右)$+\frac{1}{2}(n-1)Ph+.1906(n-\frac{3}{2})Ph+037{,}18(n-\frac{5}{2})Ph+006{,}38(n-\frac{7}{2})Ph$
$+001{,}095(n-\frac{9}{2})Ph$

$=\frac{1}{2}nPh$(左)(右)$+(735{,}72n-906{,}82)Ph$

配分率を与えて M_{12}, M_{1a} が表わされる。