都市高速道路網における交通制御に関する考案

京都大学工学部　正員　工博　佐佐木　綱
京都大学大学院　学生員　○縣　保佑

1. 都市高速道路の制御量

これまで行なわれた多くの交通制御は交通量、速度、車線変更、オキュパンシーであった。都市高速道路では車両ランプからしか入れないので流入量の制御が可能である。経済的問題を別とすれば観測可能量として、1). 各ランプの流入量　2). 各ランプの流出量　3). 各区間の交通量　4). 各区間の速度　5). 各区間の交通密度　があげられる。一方、制御可能量としてとりあげられるものは、1). 各ランプの流入車数　2). 各区間の速度　3). 車線変更指示　が考えられる。

2. 制御目標

どのような立場から交通制御を行なうかということは重要な問題である。制御する立場はつぎの2通りあるが、

1). 各区間とも円滑な交通流が維持され（交通容量以下の交通量におさえる）、利用車数最大になるように流入量を制御すること。
2) 事故発生の際の緊急処置として、流出ランプの指示、車線変更、流入車制御の一連の処置を求めること。

ここでは前者の立場から考案を進めていく。

3. 各区間交通量のＯＤ推定

われわれは各区間の交通量を知ることはできるが、そのＯＤ組成を知ることはできない。したがって、流入車制御によって各区間の交通量をその容量以下におさえるためには　その区間のＯＤ組成を知る必要がある。われわれはすでに分布交通量を推定する方法としてエントロピー法を提案しているが、この方法により各区間のＯＤ組成を知ることができる。[1)]

4 区間交通量の推定

いまＯＤ表が与えられたとすると、任意のランプiからランプjへ出ていく交通量を知ることができるが、これをx_{ij}と表わす。これらのＯＤ交通量がどのようなルートを通って流出ランプへ向かうかは不明である。そこで時間的に最短なルートを選ぶものと仮定してルート配分を行なうことにする。これによって各区間にＯＤ交通量が割当てられ、区間交通量が算定される。しかしながらこのように割当てられた区間交通量は、ＯＤ推定の不確かさ、および配分方式の単純さによって実際の交通量とはかなり異なったものとなるであろう。ゆえに、この修正のための考案をしておくことは重要であろう。

ある区間の実際の交通量を$y_1, y_2, \cdots, y_m, \cdots, y_l$とすると、

$$y_m = \sum_j \sum_{i \in m} x_{ij} + \varepsilon_m \qquad (1)$$

ここに、ε_mは誤差項を表わし、これもまたこの区間のＯＤをもっていると考える。また、ε_mは負の場合も考えられる。

ＯＤ交通量 x_{ij} をルートに割当てることにより各ランプにおける分岐確率が決定できる。たとえば、区間 l から m に分岐する確率を $P_{l\cdot m}$ とすると、$P_{l\cdot m}$ を第 $l\cdot m$ 成分とする分岐行列ができる。これを流出ランプ、流入ランプ、および本線の区間の順に並べた行列を標準形とよぶ。ここに、I は単位行列、O は零行列である。われわれはすでに吸収マルコフ過程による交通量配分理論において述べたように、この分岐行列をもちいて各区間交通量を知ることができる。[2] すなわち、各区間交通量 $\mathbb{X}$ は、

$$P = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{流出} & \text{流入} & \text{本線} \end{array} \\ \begin{pmatrix} I & O & O \\ R_1 & O & Q_1 \\ R_2 & O & Q_2 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\mathbb{X} = \mathbb{U} Q_1 (I - Q_2)^{-1} \qquad (2)$$

ここに、$\mathbb{U}$ はランプの個数を r とし、各ランプからの流入量をそれぞれ $U_1, U_2, \cdots U_r$ と表わすと、$\mathbb{U} = (U_1, U_2, \cdots, U_r)$ である。さて、式(1)をベクトルに表示して書くと、

$$\mathbb{Y} = \mathbb{X} + \mathbb{E} \qquad (3)$$

また、各区間の交通容量を $\mathbb{C} = (C_1, C_2, \cdots, C_l)$ と考えると、$\mathbb{Y} \le \mathbb{C}$ でなければならない。ゆえに、式(2)、(3)より

$$\mathbb{U} Q_1 (I - Q_2)^{-1} + \mathbb{E} \le \mathbb{C} \qquad (4)$$

$$\therefore \mathbb{U} \le (\mathbb{C} - \mathbb{E})(I - Q_2) Q_1^{-1} \qquad (5)$$

と書き直すことができる。式(5)が全区間の交通量を交通容量以下にするための条件である。この条件のもとで目的函数 $(U_1 + U_2 + \cdots + U_r)$ を最大にするというL.P.問題と考えれば、このように $\mathbb{U}$ を決定するのが流入車制御にほかならない。

5. ルート行列をもちいる方法

いま、分岐点における分岐確率が各流入ランプからの流入量により変わらないとすると、任意の流入ランプ i からのすべての目的地に対して各々1つのルート行列 R_i を考えることができる。また、流入ランプ i から1単位の流入があると i からの単位ＯＤ表として、$\mathbb{P}_i = (P_{i1}, P_{i2}, \cdots P_{ir})$ を考えることができる。いま、i から入って区間 m を通る単位ＯＤ交通量は次式によって表わされる。

$$R_i = \begin{array}{c|c} & \text{区間}\ 1\ 2 \cdots m \cdots l \\ \hline \begin{array}{c} i\to 1 \\ i\to 2 \\ \vdots \\ i\to r \end{array} & \begin{pmatrix} & & \\ & r_{im} & \\ & & \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\mathbb{P}_i R_i = Q_{im} \qquad (6)$$

Q_{im} を第 im 成分とする r 行 l 列の行列を考え、これを Q とすればこれに流入交通量を示すベクトルを乗じれば各区間交通量を知ることができる。すなわち、各区間交通量 $\mathbb{X}$ は、

$$\mathbb{X} = \mathbb{U} Q \qquad (7)$$

と表わされ、式(3)と交通容量を示すベクトル $\mathbb{C}$ を考慮すると、

$$\mathbb{U} Q + \mathbb{E} \le \mathbb{C} \qquad (8)$$

$$\therefore \mathbb{U} \le (\mathbb{C} - \mathbb{E}) Q^{-1} \qquad (9)$$

と書き直すことができる。式(9)は第4節で述べた式(5)と同じ意味での制約条件であり、流入交通量最大という目的函数をもつL.P.問題として流入車制御を考えることができる。

参考文献

1). 佐佐木　綱　「都市内ＯＤパターンの確率的構造」　交通工学　1966 No.1

2). 佐佐木　綱　「吸収マルコフ過程による交通量配分理論」　土木学会論文集第121号