

Hyperbolic Waves の Shoaling 特性 について

京都大学防災研究所 正員 岩垣 雄一
京都大学大学院 学生員 O酒井 哲郎

1 まえがき

波が深海から浅海へ進行して波高が変化する場合、沖波波形勾配 H_0/L_0 が小さいと、Stokes 波理論よりもむしろクノイド波理論を用いなければならない領域が存在する。従来の実験結果をみても、そのような領域では、微小振幅波理論による理論曲線よりも、急激な波高の増大を示している。著者らは、すでに第14回海岸工学講演会において、このような実験結果を理論的に説明するためには、クノイド波理論を用いるべきであると考え、クノイド波の初等関数表示である hyperbolic waves の関係式を用いて、水深変化による波高変化の理論曲線を求め、実験値とも比較してその妥当性を調べた。本研究では、さらに碎波高、静水面からの波の峯の高さおよび波長等が水深や波形勾配によってどのように変化するかを理論的に明らかにし、従来の実験結果と比較検討した。

2. hyperbolic waves の shoaling 特性

(1) 水深変化による波高変化

hyperbolic waves のオ2近似による単位時間に単位幅を通過して輸送される平均の波のエネルギー $\bar{W}$ と、Skjelbreia-Hendrickson の Stokes 波のオ3次近似による $\bar{W}$ において $h \rightarrow \infty$ とした $\bar{W}_0$ とを、等しいと置いて整理すると、次式のようになる。

$$\frac{H}{H_0} = \frac{3}{16} \left(\frac{1}{4} \right)^{1/3} \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^{-1/3} \left\{ 1 + \pi^2 \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - \frac{1}{K} \frac{H}{h} + \frac{1}{12} K \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right\}^{1/3} \left\{ 1 - 1.3 \left(\frac{H}{h} \right)^3 \right\}^{1/3}$$

$$\times \left\{ 1 - \frac{3}{2} \frac{1}{K} + \frac{H}{h} \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{2} \frac{1}{K} + 3 \frac{1}{K^2} \right) + \left(\frac{H}{h} \right)^2 \left(\frac{49}{20} - \frac{29}{160} \frac{1}{K} + \frac{13}{4} \frac{1}{K^2} \right) \right\}^{-2/3} \quad (1)$$

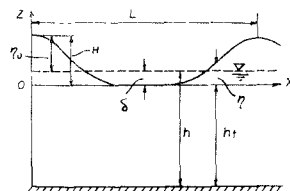


図-1 座標系

なお、座標系は図-1に示す通りであり、添字0は深海波であることを示す。また K と波高、水深および周期との関係は

$$K = \frac{\sqrt{3}}{4} T \sqrt{\frac{g}{h}} \left(\frac{H}{h} \right)^{1/2} \left\{ 1 - 1.3 \left(\frac{H}{h} \right)^3 \right\}^{1/2} \geq 3 \quad (2)$$

で近似されるが、 H/h が 0.55 以上においては、より正確な表現として次式

$$K = \frac{\sqrt{3}}{4} T \sqrt{\frac{g}{h}} \left(\frac{H}{h} \right)^{1/2} \left\{ 1 - 0.540 \left(\frac{H}{h} \right)^3 \right\} \quad (3)$$

を用いることにし、したがってこの場合は式(1)の $\left\{ 1 - 1.3 \left(\frac{H}{h} \right)^3 \right\}^{1/3}$ の項もまた $\left\{ 1 - 0.540 \left(\frac{H}{h} \right)^3 \right\}^{1/2}$ で置きかえることにする。式(1)を数値計算して、 H/H_0 と h/L_0 の関係を H_0/L_0 をパラメーターとしてあらわしたのが図-2である。

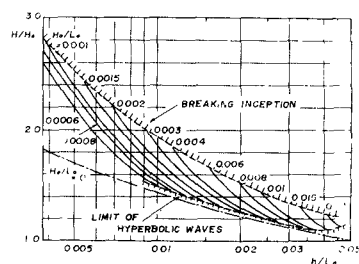


図-2 $H/H_0 \sim H_0/L_0, h/L_0$

(2) 碎波高と沖波波形勾配との関係

碎波限界としては Laitone による最高波をあらわす式

$$H_b/h_t = 0.73 \quad (4)$$

を用いた。 H_0/L_0 をパラメーターとした式(4)をあらわす曲線と図-1の曲線群との交点から、 H_b/H_0 を求め、 H_0/L_0 を横軸、 H_b/H_0 を縦軸にと、て図示したのが図-3である。図中にはMéhauté-WebbのStokes波のオ3次近似を用いて求めた理論曲線、Iversenの実験結果およびMéhauté-Kohが与えた経験式

$$\frac{H_b}{H_0} = 0.76 S^{1/2} \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^{-1/4} \quad (5)$$

をも示してある。ここにSは歪度配をあらわす。破線は2つの理論曲線を結んだものである。理論曲線のオは歪度配を考慮して行ないのて十分な比較検討を行なうことはできないが、その傾向はよく一致しているといえる。

(3) 静水面上の波の峯高の変化

静水面からの波の峯の高さ η_0 はhyperbolic wavesのオ2近似によると、次式のようにあらわされる。

$$\frac{\eta_0}{H} = \frac{H-\delta}{H} = 1 - \frac{\delta}{H} = 1 - \frac{1}{K} \left(1 - \frac{1}{12} \frac{H}{h}\right) \quad (6)$$

K と H/h は式(1)、(2)および(3)によって H_0/L_0 と h/L_0 によってあらわされるから、 η_0/H も H_0/L_0 と h/L_0 であらわすことができる。その計算結果を示したのが図-4である。

(4) 水深変化による波長の変化

hyperbolic wavesの波長のオ2近似は次式のようなである。

$$\frac{L}{h} = \left(1 - \frac{3}{2} \frac{K}{h} \frac{H}{h}\right) \frac{4K}{\sqrt{3}} \left(\frac{h}{H}\right)^{1/2} \left\{1 - \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h}\right) \frac{5}{8} \frac{H}{h}\right\}^{-1} \quad (7)$$

オ、Skjelbreia-HendricksonのStokes波の波長のオ3次近似で $h \rightarrow \infty$ としたものは次式であらわされる。

$$\frac{L_0}{T^2} = \frac{g}{2\pi} (1 + \lambda_0^2), \quad \frac{3}{8} \lambda_0^3 + \lambda_0 = \pi \frac{H_0}{L_0} \quad (8)$$

式(7)、(8)から、 L/L_0 は次式のようにあらわされる。

$$\begin{aligned} \frac{L}{L_0} = & \sqrt{2\pi} \left(\frac{h}{L_0}\right)^{1/2} \left\{1 - \frac{3}{2} \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^2\right\} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{K}{h} \frac{H}{h}\right) \\ & \times \left\{1 - 1.3 \left(\frac{H}{h}\right)^2\right\}^{1/2} \left\{1 - \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h}\right) \frac{5}{8} \frac{H}{h}\right\}^{-1} \quad (9) \end{aligned}$$

ここで K は上述のように $H/h \geq 0.55$ の範囲では式(3)を用いることにし、したがって $\left\{1 - 1.3 \left(\frac{H}{h}\right)^2\right\}^{1/2}$ の項は $\left\{1 - 0.540 \left(\frac{H}{h}\right)^2\right\}$ と置きかえられる。式(9)から L/L_0 も H_0/L_0 と h/L_0 であらわされ、それを図示したのが図-5である。

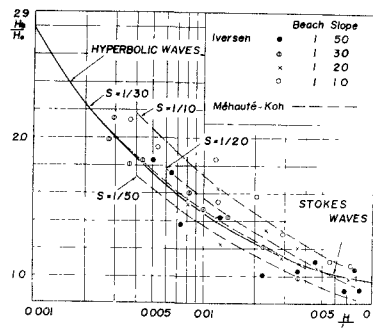


図-3 $H_b/H_0 \sim H_0/L_0$

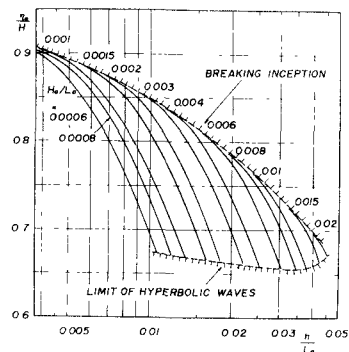


図-4 $\eta_0/H \sim H_0/L_0, h/L_0$

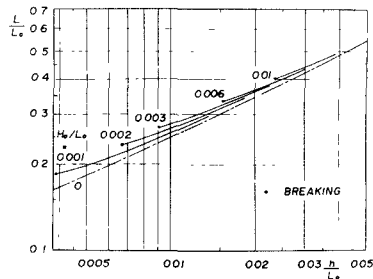


図-5 $L/L_0 \sim H_0/L_0, h/L_0$