鋼板セル型岸壁に作用する間隙動水圧に関する研究

京都大学工学部教授　正員　長尾義三
京都大学工学部大学院　学生員〇黒田勝彦

まえがき　筆者らは先の研究において，鋼板セル型岸壁に作用する地震時動水圧を圧縮性流体の理論より解析し*，岸壁裏込土および中詰土による地震時動土圧を弾性体の理論を用いて解析を試み**，さらにこれらの動的外力により壁体が基礎地盤との接触面内に回転中心をもつ場合のロッキング振動モデルを考え周波数応答関数を求めた***。しかしこれらの解析においては間隙水の影響は考慮に入れていなかったが，間隙水による動水圧の存在は安藏善之輔博士，松尾春雄博士および大原資生氏により指摘されており，地震時の土圧に対しても複雑な影響を与えているものと思われる。従来，間隙動水圧の存在は認められていたもののその影響については研究されておらず，実際の設計にあたっても無視されていた。しかし筆者らは港湾構造物のごとき水と土の混在する軟弱な地点に建設される構造物においては，間隙水による影響は無視できないと考え，これを粘性圧縮流体として三次元的に解析を試みた。

基礎方程式とその解

解析に際し以下の仮定を設けた。(1)間隙水は圧縮性流体とし，Darcyの法則に基づく粘性摩擦が働らくものとする。(2)岸壁裏込の残留水は一様に有とする。(3)岸壁は不浸透性地盤上に固定された剛構造とする。(4)裏込土および中詰土は均等均質とし，その変位は間隙水の変位に比して無視し得るものとする。(5)地盤は $e_0\omega^2 e^{i\omega t}$ なる加速度で単弦振動をする。

1　岸壁内壁に作用する間隙動水圧について

粘性流体に対するNavier-Stokesの運動方程式より高次微小量を無視して次式を得る。

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t}&=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\nu}{3}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\nu\nabla^2 u\\ \frac{\partial v}{\partial t}&=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\nu}{3}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\nu\nabla^2 v\\ \frac{\partial w}{\partial t}&=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial w}{\partial z}+\frac{\nu}{3}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\nu\nabla^2 w\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(1\cdot 1)$$

また連続方程式および示性方程式より次式を得る。

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=-\frac{1}{K}\frac{\partial p}{\partial t}\quad\cdots\cdots(1\cdot 2)$$

ここに (u, v, w) は水粒子の (x, y, z) 軸方向の速度，ρ は水の密度，ν は動粘性係数，K は水の体積弾性係数を表わす。ところでDarcyの法則によれば，土粒子と水粒子の相対速度を (u^*, v^*, w^*) とすればつぎの関係がある。

$$\nu\nabla^2 u=-\frac{\lambda}{k}g u^*,\quad \nu\nabla^2 v=-\frac{\lambda}{k}g v^*,\quad \nu\nabla^2 w=-\frac{\lambda}{k}g w^*\quad\cdots\cdots(1\cdot 3)$$

ここで λ は間隙率，k は透水係数，g は重力加速度を表わす。絶体速度 $(u\cdot v\cdot w)$ と相対速度 (u^*, v^*, w^*) との関係は $u=u^*-ie_0\omega e^{i\omega t}$，$v=v^*$，$w=w^*$ であるからこれらを(1·1)式(1·2)式および(1·3)式に用いると動水圧 p に関してつぎの波動方程式が得られる。

$$\nabla^2\left(p+\frac{\nu}{3}\cdot\frac{\rho}{K}\cdot\frac{\partial p}{\partial t}\right)=\frac{\rho}{K}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}+\frac{\rho}{K}\frac{\lambda}{k}g\frac{\partial p}{\partial t}\quad\cdots\cdots(1\cdot 4)$$

いま定常状態を考え $p=p'e^{i\omega t}$ とおいて上式に代入し，水中での音速を表わす $C=\sqrt{\frac{K}{\rho}}$ を用いると $\nabla^2 p'=\frac{\omega^2}{c^2}\left(-1+i\frac{\lambda}{\omega}\cdot\frac{g}{k}\right)/\left(1+i\frac{\nu}{3}\cdot\frac{\omega}{c^2}\right)\cdot p'$ となる。これを図-1のような円筒座標系に変換すると次式のようになる。

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial p'}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 p'}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2 p'}{\partial z^2}=\frac{\omega^2}{c^2}\left(-1+i\frac{\lambda}{\omega}\cdot\frac{g}{k}\right)/\left(1+i\frac{\nu}{3}\frac{\omega}{c^2}\right)\cdot p' \qquad \cdots\cdots(1\cdot5)$$

また境界条件は次式で与えられる。

$$\left.\begin{array}{ll}
\text{(i)} & \left(\frac{\partial p'}{\partial z}\right)_{z=0}=0, \qquad (p')_{z=h}=0 \\
\text{(ii)} & \left(\frac{\partial p'}{\partial r}\right)_{r=a}=\rho e_0\omega^2 e^{i\omega t}\cos\theta \\
\text{(iii)} & \left(\frac{1}{r}\frac{\partial p'}{\partial r}\right)_{\theta=0}=0, \qquad \left(\frac{1}{r}\frac{\partial p'}{\partial r}\right)_{\theta=\pi}=0
\end{array}\right\} \qquad \cdots\cdots(1\cdot6)$$

境界条件(1·6)式のもとに(1·5)式を解くと定常解として次式が求まる。

$$p'=\left[\sum_{m=0}^{s}\frac{2\left(\frac{a}{h}\right)\rho e_0\omega^2\left(\frac{\lambda_m}{\alpha_m}\right)\cdot(-1)^m}{\left[\lambda_m a I_0(\lambda_m a)-I_1(\lambda_m a)\right]}\cdot\cos\frac{(2m+1)\pi}{2h}z\cdot I_1(\lambda_m r)+\sum_{m=s+1}^{\infty}\frac{2\left(\frac{a}{h}\right)\rho e_0\omega^2\left(\frac{\lambda_m}{\alpha_m}\right)(-1)^m}{\left[\lambda_m a J_0(\lambda_m a)-J_1(\lambda_m a)\right]}\cos\frac{(2m+1)\pi}{2h}z\cdot J_1(\lambda_m r)\right]\cdot\cos\theta$$

したがって岸壁の内壁に働らく間隙動水圧 p は次式で与えられる。

$$p=\left[\sum_{m=0}^{s}\frac{2\left(\frac{a}{h}\right)\rho e_0\omega^2\left(\frac{\lambda_m}{\alpha_m}\right)(-1)^m I_1(\lambda_m r)}{\left[\lambda_m a I_0(\lambda_m a)-I_1(\lambda_m a)\right]}\cdot\cos\frac{(2m+1)\pi}{2h}z+\sum_{m=s+1}^{\infty}\frac{2\left(\frac{a}{h}\right)\rho e_0\omega^2\left(\frac{\lambda_m}{\alpha_m}\right)(-1)^m J_1(\lambda_m r)}{\left[\lambda_m a J_0(\lambda_m a)-J_1(\lambda_m a)\right]}\cos\frac{(2m+1)\pi}{2h}z\right]\cos\theta\cdot e^{i\omega t} \qquad \cdots\cdots(1\cdot7)$$

これは $\nu=0$，$k\to\infty$ のとき，後藤・土岐・黒田によって導かれた動水圧の式に一致する。

2．岸壁外壁に作用する間隙動水圧について

この場合も1の場合と同様の基礎方程式が得られ，境界条件として(1·6)式が与えられ同様の考察により解を求めると次式のようになる。

$$p=\left[\sum_{m=0}^{s}\frac{2\left(\frac{a}{h}\right)\rho e_0\omega^2\left(\frac{\lambda_m}{\alpha_m}\right)(-1)^m K_1(\lambda_m r)}{\left[\lambda_m a K_0(\lambda_m a)+K_1(\lambda_m a)\right]}\cos\frac{(2m+1)\pi}{2h}z+\sum_{m=s+1}^{\infty}\frac{2\left(\frac{a}{h}\right)\rho e_0\omega^2\left(\frac{\lambda_m}{\alpha_m}\right)(-1)^m Y_1(\lambda_m r)}{\left[Y_1(\lambda_m a)-Y_2(\lambda_m a)\cdot\lambda_m a\right]}\cos\frac{(2m+1)\pi}{2h}z\right]\cos\theta\cdot e^{i\omega t} \qquad \cdots\cdots(2\cdot1)$$

3　水の圧縮性，透水係数および間隙率の影響についての吟味

固有値 λ_m^2 は，$\lambda_m^2=\left(\frac{(2m+1)\pi}{2h}\right)^2-\frac{\omega^2}{c^2}\left(1-i\frac{\lambda}{\omega}\frac{g}{k}\right)/\left(1+i\frac{\nu}{3}\frac{\omega}{c^2}\right)$ で与えられるが，この絶体値を考えると $|\lambda_m^2|=\left(\frac{(2m+1)\pi}{2h}\right)^2-\frac{\omega^2}{c^2}\sqrt{1+\left(\frac{\lambda g}{\omega k}+\frac{\nu}{3}\frac{\omega}{c^2}\right)^2/\left(1+\frac{\nu}{3}\frac{\omega}{c^2}\right)^2}\Big/\sqrt{1+\left(\frac{\nu}{3}\frac{\omega}{c^2}\right)^2}$ となる。ところで我々が知る範囲での地震周期は 10^{-1} 秒程度のものであり，上式において $\left(\frac{\nu}{3}\cdot\frac{\omega}{c^2}\right)$ の項は無視し得る程小さい。このことを考慮に入れると才一項に比し才二項が効いてくるのは $m=0$ のとき最も大きい。この場合 $\alpha_0=\frac{\pi}{2h}$ とし $|\lambda_0^2|=\alpha_0^2-\frac{\omega^2}{c^2}\sqrt{1+\left(\frac{\lambda g}{\omega k}\right)^2}\equiv\delta\alpha_0$ とすると δ は才二項の影響程度を示す係数と考えられる。ここで $T=2\pi/\omega$ を用いて上式を変形すれば，水位高 h と地震周期 T との関連性において δ の値によって水の圧縮性，透水係数および間隙率の影響度がわかる。これらの計算例および実験結果は講演時に合わせて発表させて戴きたい。

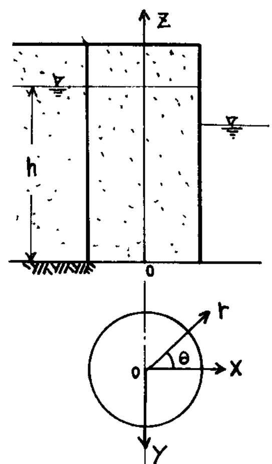

図-1

---

*　後藤尚男・土岐憲三・黒田勝彦 "セル型構造物の安定性に関する研究" 昭和41年 関西土木学会講演集

**　長尾義三・黒田勝彦 "鋼板セル型岸壁の動的安定性に関する研究" 昭和42年 土木学会講演集

***　長尾義三・黒田勝彦・上田茂 "鋼板セル型岸壁に作用する動土圧に関する基礎的研究" 昭和42年度 京大工学部卒業論文