

粒子の非定常運動について

京都大学防災研究所 正会員 土屋義人
 京都大学大学院 学生会員 渡戸健介

1. 緒言 砂粒子の移動が工学的観点から対象とされるのは、河川・海岸における流砂・埋砂などの水中での運動と、砂丘における空気中の飛砂運動とに大別できる。これらの現象は、同じ粒子の移動にもかかわらず、流体の比重・粘性が互いに大きな差異を持つため、また現われている移動形態が相互に異なるために、従来は別々に解釈され把握されてきた。しかし砂粒子の移動に作用する因子である水・空気の物理的性質に大きな差異があるとしてもこれが原因となる現象の相異は比重・粘性の関数として変化するものと思われる。したがって物理的性質特に比重と粘性の差異によって生じる現象の変化がすべて評価されるならば、流砂と飛砂の運動は統一的に把握されることが可能と考えられる。最近、水流による粒子運動に飛砂の運動形式である saltation を仮定した Yalin の研究や飛砂量公式に Einstein の掃流砂量公式を用い、衝突による移動量の増加を補正した Kadib の研究が発表され、流砂と飛砂の関連付けが試みられるようになった。しかし相互の関連付けおよび流砂・飛砂運動の高精度での定性的・定量的把握は、大ざっぱな仮定や実測による飛砂量から逆算することによって求められ補正係数からのみ明らかになるものでなく、単体粒子の流体中での挙動に関する十分な把握が必要であろう。一方飛砂と流砂の運動は集団としての移動が主体であり、その現象は流体と移動砂面での境界における相互作用の結果とも考えられる。著者らは砂粒の移動問題が、単一粒子の十分な把握の後に統計的な処理をほどこすことによって解決の糸口に近づくものと考え、本報告において単一粒子の非定常沈降と反ばつについて二つの実験結果とともに若干の考察を試みる。

2. 粒子の非定常沈降における Basset 項の影響 砂粒の運動方程式において問題とされるのは抵抗の項である。従来加速度と粘性による抵抗が考慮されてきたが、この加速度の履歴による抵抗すなわち Basset 項を考慮すると、Stokes の法則が適用される範囲において、沈降に関する運動方程式は次式のようになる。

$$\frac{d\bar{w}}{d\tau} = 18 - 18\bar{w} - a \int_0^{\tau} \frac{d\bar{w}}{d\tau'} d\tau' \quad \text{---(1)}$$

ただし、 $\bar{w} = w/w_0$, $\tau = vt/d^2(\frac{\rho}{\rho_s} + \frac{1}{2})$, $a = 9/(\frac{\rho}{\rho_s} + \frac{1}{2})^{1/2}\sqrt{\pi}$, w : 砂粒の沈降速度, μ : 粘性係数, ρ : 粒子の密度, ρ_s : 流体の密度, t : 時間, d : 粒子の直径であり、右辺第三項が Basset 項である。(1) 式の解は Brush によって解かれているが、Basset 項の影響がわかるように書くと、次のようになる。

$$\bar{w} = 1 - \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{72-a^2\pi}} \exp\left(-\frac{72-a^2\pi}{4}\tau\right) \left[\exp\left(\frac{a^2\pi}{4}\tau\right) \cdot \cos\left(\frac{a\sqrt{\pi}}{2}\sqrt{72-a^2\pi}\tau + \tan^{-1}\left(\frac{a\sqrt{\pi}}{\sqrt{72-a^2\pi}}\right)\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{a\sqrt{\pi}}{2}\sqrt{72-a^2\pi}} e^{-2x^2} dy\right) - \frac{2\sqrt{\pi}}{\sqrt{72-a^2\pi}} \int_0^{\frac{a\sqrt{\pi}}{2}\sqrt{72-a^2\pi}} e^{x^2} \sin\left\{a\sqrt{\pi}\left(x - \frac{\sqrt{72-a^2\pi}}{2}\right)\tau - \tan^{-1}\left(\frac{a\sqrt{\pi}}{\sqrt{72-a^2\pi}}\right)\right\} dx \right] \quad \text{---(2)}$$

(2) 式について、Brush のような級数ではなく、 τ の大きな値に対しては検討するため、

$\alpha=0$ ($\gamma/p=10$)と $\alpha=2.86$ ($\gamma/p=2.65$)に關し直接數値計算したものが図-1である。この場合

$\alpha=2.86$ は水中での砂粒に対応する。Basset項の定義から γ/p の値が小さくなるに従ってその影響は小さくなり、一オ空気中の砂粒の場合には $\gamma/p \approx 10^3$ であるから無視されることがわかる。このことは赤砂の移動開始のような静止から急に大きな速度を得る場合に重大な影響を与える因子となることが予想される。図-1の点はStokesの範囲をわづかはずれたところでのMoormanの実験値をプロットしたものであり、數値計算の妥當性をほぼ示している。

図-2は $\gamma/p=1.12$ で $d=0.960, 0.475, 0.400$ cmのナイロン球を水中と空気中とで落下させたものをストロボ装置を用いて写真撮影させた実験結果であり、図中の曲線は速度の2乗に比例する流体抵抗を仮定した場合の通常の理論曲線である。実験値はいずれもStokes範囲を大きくはずれたものであり、図-1についての考察はできないが、非定常落下の距離と時間が長い空気中での実験値($Re=2900, 10800$)は加速度と速度の2乗に比例する抵抗による従来の運動方程式にほぼ一致し、Basset項の影響は無視できるとして図-1の結論にも一致する。水中でのものは粒子の比重が小さかったために非定常落下の距離が短かく、精度の良い実験値が得られずかような抵抗について考察することはできない。

3. 粒子の衝突における反ばつ係数 赤砂運動は砂粒が床面との衝突によってSaltationするとして把握されている。一オ赤砂については一オ般に衝突は無視され、これを考えているのは土屋らの研究があるのみと言つてよい。表-1には前記のナイロン球と $\gamma/p=7.86, d=0.950, 0.475, 0.395$ cmの鋼球を用い、水中と空気中との α において厚さ0.85 cmのガラス板に粒子を自由落下後衝突させたものを、衝突後と前の速度比である反ばつ係数を示した。水中でのナイロン球は反ばつ後の上昇距離がきわめて小さく解析できず実験値として使えなかった。これらの値は同一条件のもとに行なった数個の実験値の平均値を示しているが、同一条件での空気中および水中での値には若干差があり、水中の方が約20%程度小さくなることが認められよう。ただし、実験値が少ないので明確な結論はむずかしいが、Basset項と同様に空気中および水中における粒子運動の相異点の一つとして考えるべきように思われる。

以上述べた実験結果から、赤砂と飛砂現象の本質的な相異点として、粒子の運動開始時における抵抗の問題すなわちBasset項の影響とsaltationによって砂面に衝突する際の反ばつ係数の相異をあげることができよう。さらに、実験を追加して、この相異点の究明をはかるつもりである。

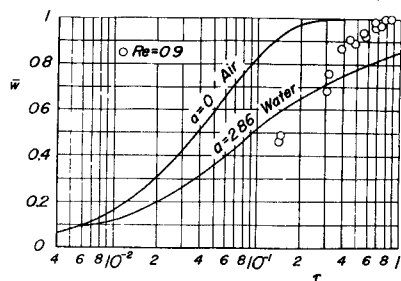


図-1 α による沈降速度の変化

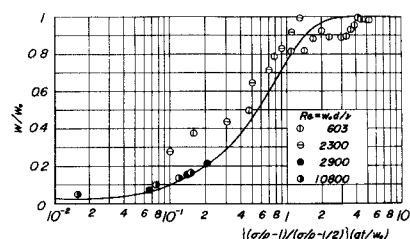


図-2 沈降速度と時間の関係

3. 粒子の衝突における反ばつ係数 赤砂運動は砂粒が床面との衝突によってSaltationするとして把握されている。一オ赤砂については一オ般に衝突は無視され、これを考えているのは土屋らの研究があるのみと言つてよい。表-1には前記のナイロン球と $\gamma/p=7.86, d=0.950, 0.475, 0.395$ cmの鋼球を用い、水中と空気中との α において厚さ0.85 cmのガラス板に粒子を自由落下後衝突させたものを、衝突後と前の速度比である反ばつ係数を示した。水中でのナイロン球は反ばつ後の上昇距離がきわめて小さく解析できず実験値として使えなかった。これらの値は同一条件のもとに行なった数個の実験値の平均値を示しているが、同一条件での空気中および水中での値には若干差があり、水中の方が約20%程度小さくなることが認められよう。ただし、実験値が少ないので明確な結論はむずかしいが、Basset項と同様に空気中および水中における粒子運動の相異点の一つとして考えるべきように思われる。

粒径 (cm)	0.950	0.475	0.395
金鋼球 (空気中)		0.965	0.903
金鋼球 (水中)	0.781	0.765	0.722
粒径 (cm)	0.960	0.475	0.400
ナイロン球 (空気中)	0.723	0.734	0.721

表-1 反ばつ係数

ず実験値として使えなかった。これらの値は同一条件のもとに行なった数個の実験値の平均値を示しているが、同一条件での空気中および水中での値には若干差があり、水中の方が約20%程度小さくなることが認められよう。ただし、実験値が少ないので明確な結論はむずかしいが、Basset項と同様に空気中および水中における粒子運動の相異点の一つとして考えるべきように思われる。

以上述べた実験結果から、赤砂と飛砂現象の本質的な相異点として、粒子の運動開始時における抵抗の問題すなわちBasset項の影響とsaltationによって砂面に衝突する際の反ばつ係数の相異をあげることができよう。さらに、実験を追加して、この相異点の究明をはかるつもりである。