

荷重に對する連続けた橋の動的性狀に關する研究

京都大学工学部 正員 山田善一
 京大工学部 正員 小塚為雄
 京都大学工学部 正員 丹波 久

1 概説 周知のように、近年城ヶ島大橋、琵琶湖大橋や新十三大橋とわが国においても長大連続けた橋が架設せられるようになって来た。しかし、これらの橋型式に對する走行荷重による動的応答についで、2,3の理論的実験的研究^{1,2)}はされているとはいえ、明確な解答が得られていない現状である。われわれは、先きに単純けた橋の解析に不規則振動論を取り入れて、その動的性狀についで論じた。³⁾その方法を連続けた橋型式の解析にも適用しようというのがこの研究のねらいである。

2. 計算式 走行荷重と連続けたの動たわみとの関係は、運動方程式のフーリエ変換から伝達関数として求めることができる。

いま自動車荷重のばね質量の変位 Z_0 とけた動たわみ y_x との間の伝達関数 $H_{y_x Z}(j\omega)$ は、

$$H_{y_x Z}(j\omega) = \frac{(J_2^2 - J_4 J_5 + J_2 J_4) X_{iv} X_x}{J_3 (J_1 - J_5 X_{iv}^2)} \quad (1)$$

また、橋面の凹凸 $Z_0(x)$ と橋けた動たわみ y_x との間の伝達関数 $H_{y_x Z_0}(j\omega)$ は、

$$H_{y_x Z_0}(j\omega) = \frac{J_2 J_3 (J_1 - J_5 X_{iv}^2)}{J_1 (J_4 J_5 - J_3^2) - J_2^2 J_4 X_{iv}^2} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに、} J_1 &= (A_1/g) X(\omega)^2 + CA_2(j\omega) + EA_3(j\omega) + EA_3 + (k_T + C_T g/w) X_{iv}^2 \\ J_2 &= k_T + C_T(j\omega), J_3 = k_S + C_S(j\omega), J_4 = m(j\omega)^2 + k_S + C_S(j\omega) \\ J_5 &= m_T(j\omega)^2 + k_T + k_S + C_T + C_S(j\omega) \\ A_1 &= \int_0^L w(x) |X_{iv}(x)|^2 dx, A_2 = \int_0^L |X_{iv}(x)|^2 dx, A_3 = \int_0^L |X_{iv}(x)|^2 dx \end{aligned} \right\} (3)$$

C はけたの減衰係数、 $w(x)$ と $I(x)$ は、けたの積算 x の重さと断面2次モーメント、 $X_{iv}(x)$ はけたの i 次モードの固有関数値(標準化されている) X_{iv} と X_{ix} は荷重の載荷点および任意点 x の i 次モードの固有関数値、 m と m_T は自動車のばね下質量、 k_S と C_S は自動車の懸架ばね定数とその減衰係数、 k_T と C_T はタイヤ部のばね定数と減衰係数である。

そこで、今自動車のばね質量の変位のパワースペクトル密度 $S_{Z_0}(\omega)$ または橋面の凹凸のパワースペクトル密度 $S_{Z_0}(\omega)$ からけた任意点 x の動たわみパワースペクトル密度 $S_{y_x}(\omega)$ を求めるには、伝達関数 $H(j\omega)$ を用いて、

$$S_{y_x Z} = \overline{H_{y_x Z}(j\omega)} H_{y_x Z}(j\omega) S_{Z_0}(\omega), \quad S_{y_x Z_0} = \overline{H_{y_x Z_0}(j\omega)} H_{y_x Z_0}(j\omega) S_{Z_0}(\omega) \quad (4)$$

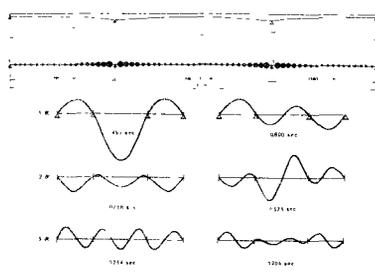


図-1 琵琶湖大橋の振動モード、振動周期とそのモード

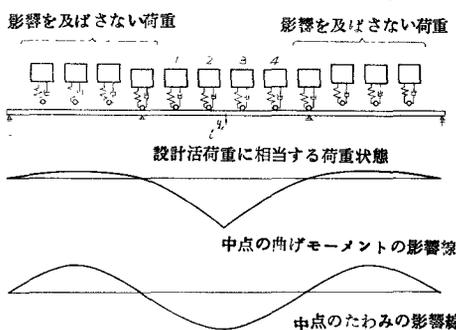


図-2 連続けた橋の活荷重に對する荷重状態

さて、設計活荷重は自動車荷重が非常に密に載荷した場合の荷重に相当する。もし一側にスパン長の大きい中央径間の曲げモーメントやたわみを計算するとき、それぞれの影響線から引いた断面に打して、最悪の状態で荷重を載荷させた場合について検討させる。三径間連続橋について言えば、図-2のとおりとなり、中央スパンのスパン中央に注目すれば、荷重は中央スパンにのみ載荷されている場合について考慮すればよく、この場合の荷重状態は図-2の(a) のようになる。

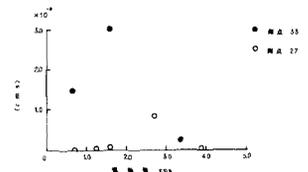
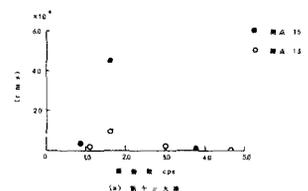


図-2 設計活荷重に対する動的係数

この場合の任意長さの動たわみのパワースペクトル密度 $S_{y_x, n}(\omega)$ は

$$S_{y_x, n}(\omega) = |H_{y_x1}(j\omega)|^2 S_{z1}(\omega) + |H_{y_x2}(j\omega)|^2 S_{z2}(\omega) + H_{y_x1}(j\omega) \cdot H_{y_x2}(j\omega) S_{z1, z2}(\omega) \quad (5)$$

として表わされる。しかし、自動車や同一型式の比較的大重量のものを考え、また各自動車と互に独立しているものとするれば、式(5)は、

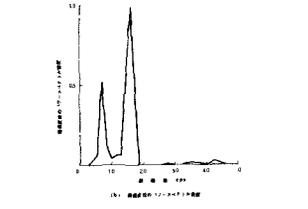
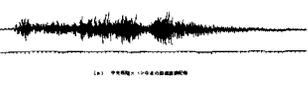
$$S_{y_x, n}(\omega) = \left[\sum_n |H_{y_x n}(j\omega)|^2 \right] S_{z1}(\omega) \quad (6)$$


図-3 琵琶湖大橋の走行荷重による動的応答の変位パワースペクトル密度

3 数値計算と現場実験資料

この $S_{y_x, n}(\omega)$ から動的応答の二乗平均値(Rms)と共振モードについて求めると図-3のようになる。またたわみは琵琶湖大橋と新十三大橋について試験車による走行振動試験を行った。その時の記録の一例として琵琶湖大橋のスパン中央の上下動振動記録(速度)を図-4の(a)にする。またこの記録を相関器にかけ相関関数を求め、その値からパワースペクトル密度(変位に換算)と求めたのが図-4の(b)である。この図でピークが3つありそれぞれこのピークにおける振動数はこの橋の打撃1次、2次、3次のそれぞれの値に相当している。このことはこの種の橋では打撃1次の振動と共に打撃2次の振動も現われることを意味している。これは解析結果図-3からも判る。また図-3から設計活荷重に対する動的係数を求め、現場実験値および先に提案した設計動的係数値と比較したのが表-1である。

表-1 活荷重に対する連続橋の動的係数

	1台の自動車による		設計活荷重に対する		
	解析値	実験値	解析値	実験値	提案した式(文献3)よりの値
新十三大橋	0.065	0.047 ¹⁾	0.022*	0.013 ³⁾	0.067
琵琶湖大橋	0.050	0.085 ²⁾	0.018	0.064 ⁴⁾ 0.035 ⁵⁾	0.043

- 1) 試験車 17.90 ton
 - 2) 試験車 14.85 ton
 - 3) 試験車 2台
 - 4) バス 2台
 - 5) 一般交通の平均値
- * 橋点別の関係で荷重列の車頭間隔は9mとなっている。

4 ところで、図-3、4 および表-1 から解析値と実験値とがよく一致していることが判る。また動的係数はたわみのが先に提案した値よりやや小さく、このことは前記の式が長スパン連続橋にも適用できることを意味している。

1) Huang, T and Veletsos, A S 'Dynamic Response of Three Span Continuous Highway Bridges, Univ. of Illinois, (CESRS) No 190, 1960
 2) Ramirez, J A N and Veletsos, A S 'Response of Three-Span Continuous Highway Bridges to Moving Vehicles, Univ. of Illinois, (CESRS) No 276, 1964.
 3) 山田, 小塚, 中村 ' 橋脚振動論による道路橋の動的応答, 工学会会, 第22回年次学術講演会, I-148, 1962.