

多間高層ラーメンの解法について

大阪工大 正員 工博 重松 愿

ラーメンの 載荷によって生ずる主要な 弾性応力変形は各節点における回転とそれに伴うモーメントであり、この2種のものは相関的で、その一方の値を与えれば他方の値が決まる。かくて生じたこの回転角とモーメントは弾性的に規則正しく周辺の節点に逐次伝播される。本法はこの理由に従って任意の節点 a における撓角 $K\theta_a$ 或は節点モーメント M_a を a を基点として strain energy が伝播する範囲内における荷重の函数として表わすことを研究するものである。これを抽象的に言えば本法はモーメント分配法或は撓角分配法を逆に考えて任意節点 a に与えられた分配値を直接迅速に収束して表わすものと言えるであろう。

1) 荷重の函数を表わすための諸要素と $K\theta_a$ 及び M_a の形

図1、ラーメンの線形を参照して、

$M_{ab}, M_{ac}, M_{ad}, M_{aA}$: 材端モーメント剛度; 節点 a に剛節する各部材について、節点に単位撓角を ($K\theta_a=1$), 従って各部材の a 端に単位撓角を生ぜしむべき各材端モーメント。

$\mathcal{M}_a$: 節点 a のモーメント剛度; $\mathcal{M}_a = m_{ab} + m_{ac} + m_{ad} + m_{aA}$

記号, $\mathcal{M}_{a-ab} = \mathcal{M}_a - M_{ab} = m_{ac} + m_{ad} + m_{aA}$

M_{ab} を求めるためには、 ab に関する弾性条件式、

$M_{ab} = 2k_{ab}(2K\theta_a + K\theta_b)$, $M_{ba} = 2k_{ba}(K\theta_a + 2K\theta_b)$ にそれぞれ $M_{ab} = \mathcal{M}_a K\theta_a$, $-M_{ba} = \mathcal{M}_{a-ba} K\theta_b$ を代入することにより、

$$\frac{\theta_b}{\theta_a} = \frac{M_{ab} - 4k_{ab}}{2k_{ab}} \quad (a) \quad \frac{\theta_b}{\theta_a} = \frac{-2k_{ab}}{4k_{ab} + \mathcal{M}_{a-ba}} \quad (b)$$

$$(a) \text{ と } (b) \text{ から, } M_{ab} = \left(1 - \frac{k_{ab}}{4k_{ab} + \mathcal{M}_{a-ba}}\right) = 4k_{ab} \frac{(3k_{ab} + \mathcal{M}_{a-ba})}{(4k_{ab} + \mathcal{M}_{a-ba})} \quad (1)$$

M_{ab} の性状はモーメント分配法に適用せる従来のモーメント剛度 ($m_{ab} = 4k_{ab}$) に同じであるがここではこの H Cross 法のものとしてその3次まで見出せばよいであろう。

次に節点 a に与えられる単位モーメント ($M_a=1$) による撓角及びその隣接格点 b への伝達率, M_{ab} の値は、

$$K\theta_a = \frac{1}{\mathcal{M}_a} \quad (2) \quad \mathcal{M}_{ab} = -2 + \frac{M_{ab}}{2k_{ab}} \quad (M \text{ は常に負値}) \quad (3)$$

斯くて、図1の載荷状態の場合、節点モーメント M_a の形式は、 a 点に単位撓角を理論的に仮定に与えることにより、仮想仕事の原理から、次のように誘導される。

$$M_a = \left\{ \begin{aligned} &C_{ab} + M_{ab}(-C_{ba} + C_{bc}) + M_{ab}M_{bc}(-C_{cb} + C_{cd}) + M_{ab}M_{bc}M_{cd}(-C_{dc}) \text{ 右} \\ &+ \{ M_{ac}M_{ab}M_{bb}(-C_{ba} + C_{bc}) + M_{ac}M_{cd}M_{cf}(-C_{fg}) \} \text{ 上} \\ &+ \{ M_{ad}M_{ab}M_{bb}(-C_{ba} + C_{bc}) \} \text{ 下} \end{aligned} \right\} \quad (\text{但し } M \text{ の3乗積までをとる}) \quad (4)$$

$$KQ_a = \frac{1}{\pi a} \{M_a \text{ 式の右辺} \}, \text{ 但式(2)を参照} \quad (5)$$

圖 2 表

	1	2	3	4	5
1.6	1.2	1.2	1.2	1.2	d
1.6	1.2	1.2	1.2	1.2	c
2.	1.2	1.2	1.2	1.2	b
2.	1.5	1.5	1.5	1.5	a

$$M_{1,b} = \{bC_{12} - .1235(-bC_{21} + bC_{23}) + .0152(-bC_{32} + bC_{34}) \\ + \{- .0031(-bC_{21} + bC_{23}) + .0367(dC_{12}) - .0019(-bC_{43} + bC_{45})\}^{\pm} \\ + \{- .0034(-bC_{21} + bC_{23}) - .0048(-dC_{21} + dC_{23})\}^{\pm}$$

Handwritten diagram showing a 4x4 grid with numerical values and arrows. The grid is labeled with 'a' at the bottom and 'd' at the top. The columns are labeled with '1', '2', '3', and '4' at the bottom. The rows are labeled with 'a', 'b', 'c', and 'd' on the right. The values are:

- Row a: (1,1)=7.127, (1,2)=5.606, (1,3)=5.538, (1,4)=
- Row b: (1,1)=7.238, (1,2)=4.503, (1,3)=4.503, (1,4)=
- Row c: (1,1)=5.787, (1,2)=4.485, (1,3)=4.485, (1,4)=
- Row d: (1,1)=5.787, (1,2)=4.485, (1,3)=4.485, (1,4)=

Arrows indicate a path from (1,1) to (1,2) to (1,3) to (1,4) to (2,4) to (2,3) to (2,2) to (2,1) to (3,1) to (3,2) to (3,3) to (3,4) to (4,4) to (4,3) to (4,2) to (4,1).

$$b\pi_{12} = b\pi_{21} / \pi_{b,1} = 4583 / 17.528 = .257$$

$$bM_{12} = (-1 + 257) \{ M_{1,6} \text{式右边第1行} \}$$

$$bM_2 = -0.7496C_{12} - 0.934(-C_{21} + C_{23}) + 0.0152(-C_{32} + C_{34}) - 0.019(-C_{43} + C_{41}) + 0.0367(C_{12}) - 0.048(-C_{21} + C_{23})$$

3) 水平節点荷重(水平剪断力)に
対する解法について

多間多層の構造では側方を除き、中間部での連続柱は、図-2 に示すように、實用上同形状のものに仮定すべし、従つて等しい応力変形を与へることにあるので、これを單獨に取出して考え、その解法はラーメン橋の取扱法と同じになる。而て剪断力の各連続柱への配分は柱材の剛率に反比例すると考えられる。

この場合の解法には Slope Shear 公式を適用して計算を簡易にすることが出来る

slope-shear is $\pm$; $M_{ab} = k_{ab} K (\theta_a - \theta_b) - \frac{1}{2} S_{ab} l$ $M_{ba} = k_{ab} K (\theta_b - \theta_a) - \frac{1}{2} S_{ba} l$

この公式の内容及びその取扱法については次の土木学会講演記を参照

昭和41年土木学会関西支部，学術講演会；著者：多層ラーメンの重力荷重に対する解法。

昭和41年土木学会年次学術講演会； 著者： ラーソン解法に対する新公式と
長支間ラーソン橋への適用。