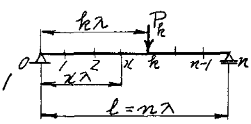
ゲルバー格子桁の解法

立命館大学　正員　近藤繁人

1. まえがき：　ゲルバー桁を格子構造にすることは，せっかくの静定構造を不静定構造にすることになって，あまり好ましいことではないが，実際には，横桁や対傾構が主桁と一緒になって格子構造を形成しているので，ゲルバー桁を，その構造に忠実に解析するのには，格子構造として処理するのが最も合理的である。以下，W. Klemp[1] のねじれを考慮に入れない場合の格子桁の解法を拡張して，ゲルバー格子桁を解く方法について述べる。

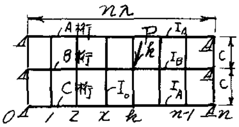
2. Klempの方法による1本の単純梁のたわみ y と曲げモーメント M

図-1のように数個の P_k が作用したときの，x の点の y と M は，

図-1


① $P_i=\frac{2}{n}\sum_{k=1}^{n-1}P_k\sin\frac{i\pi k}{n}$　② $\alpha_i=\frac{(2+\cos\frac{i\pi}{n})\lambda^3}{12(1-\cos\frac{i\pi}{n})^2}$　③ $\rho_i=\frac{\lambda}{2(1-\cos\frac{i\pi}{n})}$　とおけば，

④ $EIy_x=\sum_{i=1}^{n-1}\alpha_iP_i\sin\frac{i\pi x}{n}$　⑤ $M_x=\sum_{i=1}^{n-1}\rho_iP_i\sin\frac{i\pi x}{n}$　で表わされる。

図-2


3. Klempの方法による単純格子桁の y と M

中間横桁数 $n-1$ 本，主桁数3本の格子桁の中桁に P_k が作用した場合を取り扱えば，図-2において

⑥ $a_i=\frac{P_i}{2+\frac{I_B}{I_A}+\frac{c^3I_B}{3\alpha_iI_0}}$　とおくことにより

⑦ $EI_Ay_{Ax}=\sum_{i=1}^{n-1}\alpha_i a_i\sin\frac{i\pi x}{n}$

⑧ $M_{Ax}=\sum_{i=1}^{n-1}\rho_i a_i\sin\frac{i\pi x}{n}$

⑨ $EI_By_{Bx}=\sum_{i=1}^{n-1}\alpha_i(P_i-2a_i)\sin\frac{i\pi x}{n}$

⑩ $M_{Bx}=\sum_{i=1}^{n-1}\rho_i(P_i-2a_i)\sin\frac{i\pi x}{n}$

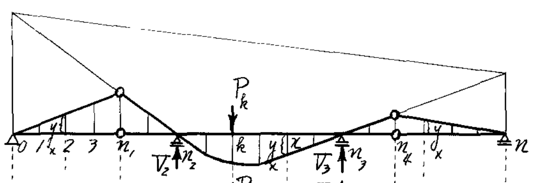
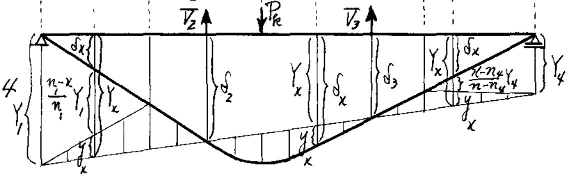
図-3


図-4


4. 1本のゲルバー桁の n_1～n_4 間の k 点に1個の P_k が作用したときの任意の点の y と M.

図-3における両端支点の反力は0で，中間支点の反力は，

⑪ $V_2=\frac{n_3-k}{n_3-n_2}P_k$，$V_3=\frac{k-n_2}{n_3-n_2}P_k$　で表わされる。

ここで，図-4のように，両端支点だけで支えた単純梁を考え，これに上記の P_k と V_2 と V_3 を荷重として作用させたときのたわみ δ を求めると，式①と④より，

⑫ $P_i=\frac{2}{n}\left\{P_k\sin\frac{i\pi k}{n}-\frac{n_3-k}{n_3-n_2}P_k\sin\frac{i\pi n_2}{n}-\frac{k-n_2}{n_3-n_2}P_k\sin\frac{i\pi n_3}{n}\right\}$

⑬ $EI\delta_x = \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i P_i \sin\frac{i\pi x}{n}, \quad EI\delta_2 = \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i P_i \sin\frac{i\pi n_2}{n}, \quad EI\delta_3 = \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i P_i \sin\frac{i\pi n_3}{n}$ となる。

図-4のたわみ図を一部修正することによって、図-3のたわみが得られ次のようになる。

$$⑭ \quad y_x = \delta_x - Y_x + \left\langle \frac{n_1 - x}{n_1} Y_1 \right\rangle_0^{n_1} + \left\langle \frac{x - n_4}{n - n_4} Y_4 \right\rangle_{n_4}^{n}$$

$$⑮ \quad Y_x = \frac{(n_3 - x)\delta_2 + (x - n_2)\delta_3}{n_3 - n_2}, \quad Y_1 = \frac{n_3\delta_2 - n_2\delta_3}{n_3 - n_2}, \quad Y_4 = \frac{(n - n_2)\delta_3 - (n - n_3)\delta_2}{n_3 - n_2}$$

式⑬を上式に代入して図-3のたわみyを求めると

$$⑯ \quad EI y_x = \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i P_i \left[\sin\frac{i\pi x}{n} - \frac{n_3 - x}{n_3 - n_2}\sin\frac{i\pi n_2}{n} - \frac{x - n_2}{n_3 - n_2}\sin\frac{i\pi n_3}{n} + \left\langle \frac{n_1 - x}{n_1(n_3 - n_2)}\left(n_3 \sin\frac{i\pi n_2}{n} - n_2 \sin\frac{i\pi n_3}{n}\right) \right\rangle_{x=0}^{n_1} \right.$$
$$\left. + \left\langle \frac{x - n_4}{(n - n_4)(n_3 - n_2)} \left\{ (n - n_2)\sin\frac{i\pi n_3}{n} - (n - n_3)\sin\frac{i\pi n_2}{n} \right\} \right\rangle_{x=n_4}^{n} \right] = \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i P_i \underline{f(x,i)} \text{ とおく}$$

図-3におけるxの点のMは、上式を2回微分して、

$$⑰ \quad M_x = \sum_{i=1}^{n-1} \beta_i P_i \sin\frac{i\pi x}{n} \qquad \left(\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \right)$$

5. 1本のゲルバー桁の数個の点にP_kが作用した場合

$$⑱ \quad P_i = \frac{2}{n}\left[\sum_{k=1}^{n-1} P_k \left\{ \sin\frac{i\pi k}{n} - \left(\frac{n_3 - k}{n_3 - n_2}\right)\sin\frac{i\pi n_2}{n} - \left(\frac{k - n_2}{n_3 - n_2}\right)\sin\frac{i\pi n_3}{n} \right\} \right.$$
$$+ \sum_{k=1}^{n_1 - 1} P_k \frac{(n_1 - k)}{(n_3 - n_2)n_1}\left(n_3 \sin\frac{i\pi n_2}{n} - n_2 \sin\frac{i\pi n_3}{n} \right)$$
$$\left. + \sum_{k=n_4+1}^{n-1} P_k \frac{(k - n_4)}{(n_3 - n_2)(n - n_4)} \left\{ (n - n_2)\sin\frac{i\pi n_3}{n} - (n - n_3)\sin\frac{i\pi n_2}{n} \right\} \right]$$

とおけば、y及びMは式⑯及び⑰と同じ式で表わすことができる。

6. ゲルバー格子桁におけるyとM

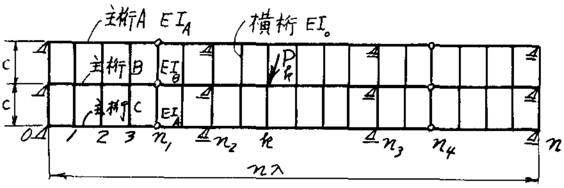
図-5の形式のゲルバー格子桁において、主桁数3本、中間横桁数$n-1$本の場合を取り扱うこととし、中桁のk番目の点にP_kが作用する場合を考える。

式⑥によってa_iを求め、式⑱によってP_iを計算すると、y及びMは次のようになる。

$$⑲ \quad EI_A y_{Ax} = \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i a_i f(x,i)$$

$$⑳ \quad M_{Ax} = \sum_{i=1}^{n-1} \beta_i a_i \sin\frac{i\pi x}{n}$$

図-5



$$㉑ \quad EI_B y_{Bx} = \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i (P_i - 2a_i) f(x,i)$$

$$㉒ \quad M_{Bx} = \sum_{i=1}^{n-1} \beta_i (P_i - 2a_i) \sin\frac{i\pi x}{n}$$

（P_kの作用する桁が変った場合や主桁数が変った場合についても上と同様にして解くことができる。）

参考文献 1) Beton und Stahlbetonbau 1956-1
建設省土木研究所報告 第98号の4 1957-3
道路 昭和32-9 1957-9