

連続曲線桁の極限解析

京都大学工数 正員 米 沢 博
 京都大学工数 正員 三 上 市 蔵
 神戸市立高専 正員 〇 嵯 峨 晃

まえがき 高速道路の普及に伴って曲線橋の必要性が高まり、曲線格子桁構造の弾性解析に関する研究がかなり行なわれてきた。また曲線格子桁構造の安全度などを知るためには極限解析が簡便かつ適当な方法と考えられ、著者らはこれまで2本の曲線主桁と1本の横桁よりなる曲線格子桁^{1), 2), 3)}および横桁多数の曲線格子桁⁴⁾を対象に、曲線主桁の支持条件および荷重条件を種々変えて極限解析を行なってきた。これらは主として1スパンの曲線橋を対象にしたもので、実際市街地などに多く果設されているのは連続曲線橋である。そこで今回は3径向連続曲線桁橋構造の極限解析を試みた。すなわち1本の3径向連続曲線橋にし荷重が載荷された場合の崩壊形式および崩壊荷重を理論的に解析した。

降伏条件式 連続桁構造の各部材は完全塑性体であると仮定し、かつ線構造物として取り扱う。図-1に示すような左右対称の3スパンの連続桁において両端はねじりのみに抵抗できるように固定されているものとする。便宜上連続の3スパンは各スパンごとにわけ考えると、図-2に示すように側スパンは一端固定、他端ねじりのみに抵抗する支承、中央スパンは両端固定支承の曲線橋となる。この各スパンにし荷重が載荷された場合を解析することにする。降伏条件式としては、せん断力および軸力の影響を無視してつぎの式を用いることにする。

$$m^2 + \tau^2 = 1 \quad (1)$$

ここに $m = M/M_0$, $\tau = T/T_0$ で、 M および T は任意断面の曲げモーメントおよびねじりモーメント、 M_0 および T_0 はその断面の全塑性曲げモーメントおよび全塑性ねじりモーメントである。断面形状によって決まる定数 μ を用いると $T_0 = \mu M_0$ なる関係がある。

崩壊形式および崩壊荷重 図-2において中央スパンおよび側スパンの全塑性曲げモーメントをそれぞれ $M_{1,0}$, $M_{2,0}$ とし、崩壊荷重を中央スパンおよび側スパンに対してそれぞれ $\mu_1 = (P_1 + 2q_1 r \theta_1) r / M_{1,0}$, $\mu_2 = (P_2 + 2q_2 r \theta_2) r / M_{2,0}$ と無次元化して表わすことにする。

- 1) 米沢, 三上: 曲線格子桁の極限解析について, 土木学会論文集, 第132号, 昭41.8.
- 2) 米沢, 三上: 曲線格子桁の極限解析について(線荷重載荷の場合), 京都大学工業教員養成所研究報告, 第3号, 昭41.11.
- 3) 米沢, 三上, 嵯峨: 曲線格子桁の極限解析, 土木学会関西支部年次学術講演会概要, 昭41.11.
- 4) 米沢, 三上: 曲線格子桁の極限解析(横桁多数の場合), 土木学会年次学術講演会概要, 昭42.5.

図-1

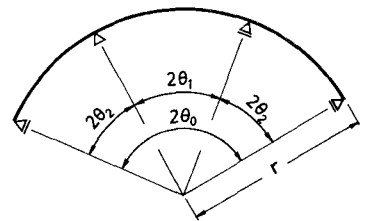


図-2

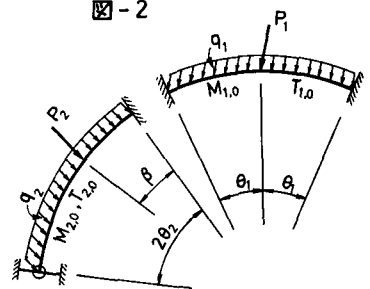


図-3 崩壊形式

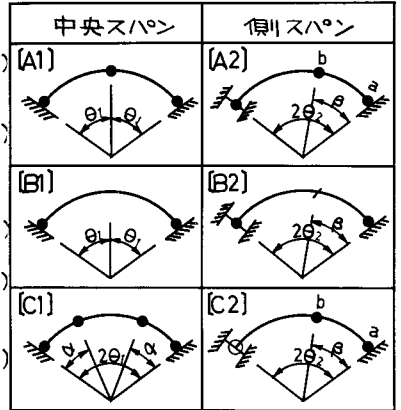


図-3の各崩壊形式に対する崩壊荷重を誘導した結果を示すところになる。

$$[A1] \quad \mu_1 = 2(\theta_1 + \frac{1}{2\theta_1}) \frac{b + \sqrt{b^2 - a(1-\mu^2)}}{a}$$

$$\text{ただし, } a = \mu^2 \left[\frac{1}{2\theta_1} + \tan(\theta_1/2) \right]^2 + \left[\frac{1}{2\theta_1} \tan(\theta_1/2) + \theta_1 \cos \theta_1 - 1 \right]^2$$

$$b = \mu^2 \cot \theta_1 \left[\frac{1}{2\theta_1} + \tan(\theta_1/2) \right] + \left[\frac{1}{2\theta_1} \tan(\theta_1/2) + \theta_1 \cos \theta_1 - 1 \right] \quad (3)$$

$$[B1] \quad \mu_1 = \frac{2(\theta_1 + 1/2\theta_1) \cot \theta_1 \sqrt{\mu^2 + \tan^2 \theta_1}}{(1/2\theta_1) \tan(\theta_1/2) + 1 - \theta_1 \cot \theta_1}$$

$$[C1] \quad \mu_1 = \frac{2\mu(\theta_1 + 1/2\theta_1) \cos(\theta_1 - \alpha)}{(1/2\theta_1) [1 - \cos(\theta_1 - \alpha)] + \sin(\theta_1 - \alpha) - (\theta_1 - \alpha) \cos(\theta_1 - \alpha)}$$

$$\text{ただし}$$

$$\mu^2 \left[\frac{1}{2\theta_1} \sin \alpha + \cos(\theta_1 - \alpha) - \cos \theta_1 \right]^2 + \left[\frac{1}{2\theta_1} (\cos \alpha - \cos(\theta_1 - \alpha)) + \sin \theta_1 - \theta_1 \cos(\theta_1 - \alpha) \right]^2 = \left[\frac{1}{2\theta_1} \{1 - \cos(\theta_1 - \alpha)\} + \sin(\theta_1 - \alpha) - (\theta_1 - \alpha) \cos(\theta_1 - \alpha) \right]^2 \quad (6)$$

$$[A2] \quad \mu_2 = \frac{\theta_2 + 1/2\theta_2}{\tan((2\theta_2\beta)/2) + \tan(\beta/2) + 1/\theta_2} \left[\frac{\cot((2\theta_2\beta)/2) - \tan((2\theta_2\beta)/2) + \cot(\beta/2) + \tan(\beta/2)}{\sqrt{1 + \mu^2 \phi_b^2}} + \frac{\cot(\beta/2) + \tan(\beta/2)}{\sqrt{1 + \mu^2 \phi_b^2}} \right] \quad (7)$$

$$\text{ただし, } \frac{\tan(\beta/2) - \beta/2}{\tan((2\theta_2\beta)/2) + \beta/2 + 1/\theta_2} \left[\mu \frac{\mu^2 \phi_b + \tan((2\theta_2\beta)/2)}{\sqrt{1 + \mu^2 \phi_b^2}} \right] = \left[\frac{\mu^2 \phi_b - \tan(\beta/2)}{\sqrt{1 + \mu^2 \phi_b^2}} + \frac{\mu^2 \phi_b + \tan(\beta/2)}{\sqrt{1 + \mu^2 \phi_b^2}} \right] \quad (8)$$

$$\frac{\tan(\beta/2) - \beta/2}{\tan((2\theta_2\beta)/2) + \beta/2 + 1/\theta_2} \left[\frac{\cot((2\theta_2\beta)/2) - \tan((2\theta_2\beta)/2) + \cot(\beta/2) - \mu^2 \phi_b}{\sqrt{1 + \mu^2 \phi_b^2}} + \frac{\mu^2 \phi_b - \cot(\beta/2)}{\sqrt{1 + \mu^2 \phi_b^2}} \right] = \left[\frac{\mu^2 \phi_b - \tan(\beta/2)}{\sqrt{1 + \mu^2 \phi_b^2}} + \frac{\mu^2 \phi_b + \tan(\beta/2)}{\sqrt{1 + \mu^2 \phi_b^2}} \right] \quad (9)$$

$$\frac{2 \cos \sec((2\theta_2\beta)/2) - \cos \sec^2(\beta/2)}{\cot(2\theta_2\beta) + \cot(\beta/2)} = \frac{\mu^2 \cot((2\theta_2\beta)/2) - \tan((2\theta_2\beta)/2) \left[\mu^2 \cos \sec^2((2\theta_2\beta)/2) + \sec^2((2\theta_2\beta)/2) \right]}{4\mu^2 + \left[\mu^2 \cot((2\theta_2\beta)/2) - \tan((2\theta_2\beta)/2) \right]^2} \quad (10)$$

$$[B2] \quad \mu_2 = \frac{(\theta_2 + 1/2\theta_2) \left[\mu \cos \theta_2 + \sqrt{\sin^2 \theta_2 + \mu^2 \cos^2 \theta_2} \right]}{\sin \theta_2 - \theta_2 \cos \theta_2 + (1/2\theta_2) [\cos(\theta_2 - \beta) - \cos \theta_2]} \quad (11)$$

$$[C2] \quad \mu_2 = \frac{\theta_2 + 1/2\theta_2}{\tan((2\theta_2\beta)/2) + \tan(\beta/2) + 1/\theta_2} \left[\frac{\cot((2\theta_2\beta)/2) - \tan((2\theta_2\beta)/2) + \cot(\beta/2) + \tan(\beta/2)}{\sqrt{1 + \mu^2 \phi_b^2}} + \frac{\cot(\beta/2) + \tan(\beta/2)}{\sqrt{1 + \mu^2 \phi_b^2}} \right] \quad (12)$$

$$\text{ただし, } \phi_b = \frac{\phi_b \sin 2\theta_2}{[\cos(2\theta_2\beta) - \cos 2\theta_2] \phi_b + \sin(2\theta_2\beta)} \quad (13)$$

$$\frac{\tan(\beta/2) - \beta/2}{\tan((2\theta_2\beta)/2) + \beta/2 + 1/\theta_2} \left[\frac{\cot((2\theta_2\beta)/2) - \tan((2\theta_2\beta)/2) + \cot(\beta/2) - \mu^2 \phi_b}{\sqrt{1 + \mu^2 \phi_b^2}} + \frac{\mu^2 \phi_b - \cot(\beta/2)}{\sqrt{1 + \mu^2 \phi_b^2}} \right] = \left[\frac{\mu^2 \phi_b - \tan(\beta/2)}{\sqrt{1 + \mu^2 \phi_b^2}} + \frac{\mu^2 \phi_b + \tan(\beta/2)}{\sqrt{1 + \mu^2 \phi_b^2}} \right] \quad (14)$$

$$\left[\sin \theta_1 \beta/2 - 2 \sin^2((2\theta_2\beta)/2) \cos^2((2\theta_2\beta)/2) \right] \left[\sin^2(\beta/2) + \mu^2 \cos^2(\beta/2) \right]$$

$$+ \mu^2 \cos(\beta/2) \sin^2((2\theta_2\beta)/2) \cos^2((2\theta_2\beta)/2) \left[\sin(\beta/2) (\cos^2 \frac{1}{2} (2\theta_2\beta) - \sin^2 \frac{1}{2} (2\theta_2\beta)) + 2 \cos(\beta/2) - \sin((2\theta_2\beta)/2) \cos((2\theta_2\beta)/2) \right] = 0 \quad (15)$$

ただし, 以上の式の中で $\theta_1 = \theta_1 r / P_1$, $\theta_2 = \theta_2 r / P_2$, $\phi_b = t_b / \mu m_a$, $\phi_b = t_b / \mu m_b$ である。

一例として中央スパンの崩壊荷重を図-4に示す。崩壊形式[C1]の μ_1 はさらに大きくなるので略した。図からわかるように $\theta = 30^\circ$ 以下では形式A1で崩壊する。種々の M_{p0}/M_{p2} , θ_1/θ_2 , θ_0 , σ , μ などの値について各スパンの μ を計算すれば, 連続曲線橋の最小重量設計が可能なのである。計算結果の詳細については講演会で述べる。

