

テーパーのついたアーチの極限強度に関する研究

名古屋工業大学 正員 松浦 聖
泉工業 K K ○正員 増味 敬一

1. まえがき

テーパーのついたアーチ、いわゆるバスケットハンドルタイプのアーチに関して、これまで応力解析や弾性安定問題等が議論されて来たが、ここでは塑性解析によるアーチの極限耐荷力（崩壊荷重）が、アーチのライズ、断面およびテーパーの角度の変化と共にどのように変化するかを調べる。テーパーのついたアーチの断面力は、①アーチ面内曲げモーメント、②アーチ面外曲げモーメント、③軸力および④捩りモーメントの4つに限る。この内②、④は①、③に比較してオーダー的に小さいので塑性崩壊条件としては、Case A ①②③とCase B ①③④の2組の場合にわけて考えることとする。なおアーチ断面は中実矩形とした。

2. 降伏限界面（近似降伏面）

Case A. 図1で $Y = \bar{\sigma}(X)$ を引張応力と圧縮応力と分

ける面とすると、

$$M_x = \int_{-H}^H \left[\int_{-X}^{\bar{\sigma}(X)} X \cdot (-\sigma_0) dY + \int_{\bar{\sigma}(X)}^{KH} X \cdot (\sigma_0) dY \right] dX$$

$$M_y = \sigma_0 \int_{-H}^H X \cdot \bar{\sigma}(X) dX$$

$$N = -2\sigma_0 \int_{-H}^H \bar{\sigma}(X) dX$$

を得る。ここで与えられた M_x および N に対して M_y を最大にするように $\bar{\sigma}(X)$ を定めると次式を得る。

$$m_i + \frac{3}{4} m_e^2 + n^2 = 1 \quad \text{図1 (a)}$$

$$m_e + \frac{3}{4} m_i^2 + n^2 = 1 \quad \text{図1 (b)}$$

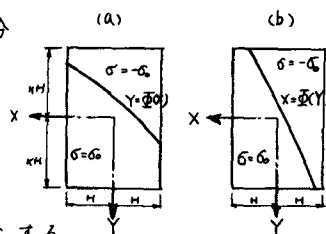


図1. アーチ断面

Case B.

$$m_i \sqrt{1 - t^2 + n^2} + t^2 = 1$$

$m_i = M_i / M_{0i}$, $m_e = M_e / M_{0e}$, $n = N / N_0$, $t = T / T_0$ ここで M_{0i} , M_{0e} , N_0 , T_0 はそれぞれ降伏アーチ面内曲げモーメント、面外曲げモーメント、軸力、捩りモーメントである。このCase A, B. に最も近い折面を図2のように32面体で表わす。これが近似降伏面である。

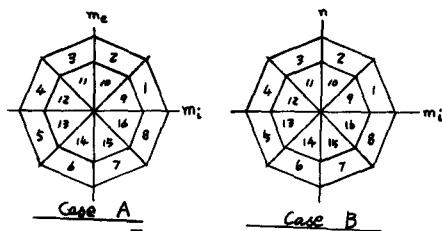


図2 近似降伏面

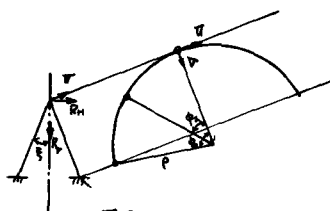


図3. デイメンジョン

3. 崩壊荷重の決定

本論文における載荷状態は頂点剛結部に鉛直下向き集中荷重 P とし、この時塑性ヒンジは頂点、支点およびその中間点に生じると考えられるので、この状態で最も可能な崩壊機構を推定して次式のような仮想変位を得る。

Case A.

$$U = -\theta_1 P(1 - \cos \phi_0) + \theta_2 P(1 - \cos \phi_2) - \Delta_1 \cos \phi_0 - \Delta_2 \cos \phi_2 - \frac{\Delta_3}{2}$$

$$V = -\theta_1 P \sin \phi_0 + \theta_2 P \sin \phi_2 + \Delta_1 \sin \phi_0 + \Delta_2 \sin \phi_2$$

$$W = \Phi_1 P \tan \phi_0 - \Phi_2 P \tan \phi_2$$

Case B.

U, V は Case A. と同じ。

$$W = \Psi_1 P(1 - \cos \phi_0) / \sin \phi_0 - \Psi_2 P(1 - \cos \phi_2) / \sin \phi_2$$

$$R_v = V \cos \xi - W \sin \xi$$

$$R_h = V \sin \xi + W \cos \xi$$

以上の結果にアーチのつりあい条件 $U = 0, R_h = 0$ を加えて仮想仕事の原理を適用すると崩壊荷重の上界を得る。

外部仕事 $W_e = F \cdot R_v$

内部仕事 $W_i = M_0 \cdot \{ 2(m_{i1}\theta_1 + m_{e1}\varphi_1 + n_1\lambda_1) + 2(m_{i2}\theta_2 + m_{e2}\varphi_2 + n_2\lambda_2) + (m_{i3}\theta_3 + m_{e3}\varphi_3 + n_3\lambda_3) \} \dots A.$

$W_i = M_0 \cdot \{ 2(m_{i1}\theta_1 + n_1\lambda_1 + t_1\psi_1) + 2(m_{i2}\theta_2 + n_2\lambda_2 + t_2\psi_2) + (m_{i3}\theta_3 + n_3\lambda_3 + t_3\psi_3) \} \dots B.$

ところで、この W_i を得るにあたっては塑性ヒンジが近似降伏面のどこに位置するかを仮定しなければならない。最も可能な仮定として、塑性ヒンジが生ずる断面 1, 2, 3 の断面力から決定して崩壊荷重を求める。この内の最小の値が真の崩壊荷重である。

4. 数値計算例

図 3 において $L = 3^m, f = 50, 37.5, 30^m, \xi = 0, 5, 15, 25, 35, 45^\circ$ 断面は $h = 10^m$
 $b = 9, 12, 15^m$ 以上の組合せで実計算した結果が図 4, 5 に示してある。

図 4, 5 から明らかなように、崩壊荷重に与えるテーパの角度の影響が一番興味深い。即ち、Case A は単調な増加ととどるが B は逆に減少している。これは一方で面外曲げモーメント、他方で挟りモーメントを用いたからであって両断面力共小さいが崩壊条件には少なからず影響を与えていることがわかる。したがって今後は Case A, B を分けず 4 次元で考察する必要がある。

なお、この解析と併行して数値計算で用いた dimension で実験を行ったが、結果は計算値の半分程度の値しか示さず、横倒し座屈を観察するにとどまったが次回に大きな期待をもてるようになった。

参考文献

P. G. Hodge Plastic Analysis of Structures, 1959

奥村・松浦 テーパのついているアーチに関する応力・変形解析 論文集 No. 132

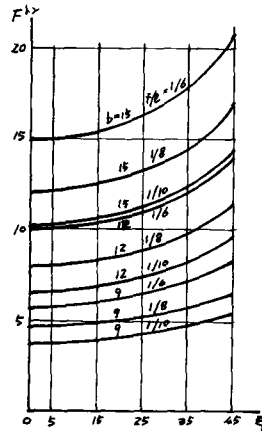


図 4. Case A

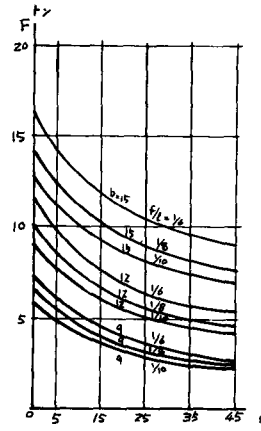


図 5. Case B