飛行場スポットの規模決定に関する一考察

京都大学工学部　正員　工博　吉川和広
京都大学大学院　学生員　○戸嶋英樹

1、まえがき　近年航空輸送需要が急激に増加し、空港諸施設の整備拡充が急務となっている。空港諸施設の効果的運用をはかるためには、スポットの規模を他の空港諸施設の規模に見合った合理的なものにしなければならない。そのために、スポットにおける航空機の動態を分析し、滑走路の容量に対応したスポット数を求めることとする。この場合スポットでの待ち現象の解析には、待ち合せ理論を用いることとする。

2、スポットにおける航空機の動態　まず、スポットへの航空機の到着状況を考えよう。一般に、航空機の滑走路使用に関しては、着陸機にノンプレエンプティブ・プライオリティーが与えられており、航空機の滑走路への到着はポアッソン分布、そこでのサービスは指数分布である。ポアッソン到着で指数サービスを受けた場合の客の出力が、再びポアッソン分布となることはすでに証明されている。滑走路のように、着陸機にノンプレエンプティブ・プライオリティーが付されている場合でも、着陸機（優先権付の客）のスポットへの到着は、ほぼそれに近いことが予想される。実際大阪国際空港で調査した結果約70%の適合度でポアッソン到着であった。したがって、滑走路でのサービスを終了した着陸機は、スポットへポアッソン分布で到着するものと考える。

つぎに、スポットでの航空機へのサービス状況を考えよう。スポットでのサービス時間は、貨客の取り扱いおよび点検・給油等によって構成されている。この時間は、機種が同一であればそう大差なく一定値のまわりに正規分布に近い分布をすると考えられる。実際大阪国際空港で調査した結果約70%の適合度で正規サービスであった。

3、航空機の動態に対応した待ち合せモデル　上述の航空機のスポットでの動態分析をもとに、これに対応する待ち合せモデルを作成し、到着した航空機がすべて、スポットに収容されるようその数を決定する。すなわち、滑走路を容量の限界まで最大限に利用した場合においても、スポットは必らず航空機を収容できるように計画されなければならない。しかし、そうすると理論的にはスポット数が無限大となり実情と合わないので、適当に収容できる確率の上限を定めて、スポット数を決定することとする。

さて、前節の状態に対応する待ち合せモデルは、ポアッソン到着、一般サービス、複数窓口（ケンダル記号でM/G/n）のモデルである。M/G/1はすでに解かれているがスポットの数は複数であり、それの複数モデルへの拡張が必要である。ポラツェックは、時間Tの間にS人が到着する場合、第m番目に到着した客の待ち時間ϑ_mを次式で与えている。

$$\vartheta_m(t_n, t_{m+n'}, \cdots, t_{m-n}) \quad \vartheta_{m-n}(t_n, t_{n+n'}, \cdots, t_{m-2n}) + t_m - \frac{nT}{S+1} + \frac{1}{(S+1)T^S}\varphi_{\mu,S+1}(T) \quad (m = \mu n + n') \qquad (1)$$

このモデルの一般解を得るべく目下努力中であるが、現段階では、まだ一般解を求めることができない。このため以下の２つのモデルをもとにして、スポットでの待ち行列の生起確率を求めていくこととする。このモデルの１つは、ポアッソン到着、指数サービス（M/M/n）、他は、ポアッソン到着、一定サービス（M/D/n）である。

前者は、サービス時間がまったく不規則な場合であり、それゆえ、到着機がスポットのあくまで待つ確率が他の場合と比較して大きいと考えられる。一方、サービス時間が一定である後者においては、規則的にサービスされるため、到着機がスポットのあくまで待つ確率は前者に比して小さいと考えられる。さらに、サービス時間が正規分布をする場合は到着機の待つ確率がこれら2つのモデルの中間になるはずである。したがって、これら2つの待ち合せモデルによって算出されるスポット数の中間に真の適正スポット数が存在することとなる。

4. M/M/n型待ち合せモデル　航空機がスポットへ到着した時に、スポット・サービス機構内にある航空機の数が j である確率を $P(j)$ とする。窓口 n 個がすべてふさがった状態に到着機が出会う確率を $W^c(0)$ とすると、$W^c(0)$ は次式で与えられる。

$$W^c(0)=\sum_{j=n}^{\infty}P(j)=\frac{(n\rho)^n}{n!(1-\rho)}P(0) \quad (2) \qquad P(0)=\left\{\sum_{j=0}^{n-1}\frac{(n\rho)^j}{j!}+\frac{(n\rho)^n}{n!}\cdot\frac{1}{1-\rho}\right\}^{-1} \quad (3)$$

ここに $\rho=\lambda/n\mu$ 、λ：到着率、μ：サービス率である。

(2)、(3)式により、スポットで待ち行列が生起する確率 $W^c(0)$ が、実際に算出できる。

5. M/D/n型待ち合せモデル　前節と同様の表記法によると待ち行列の生起する確率 $W^c(0)$ は次式で与えられる。

$$W^c(0)=1-\exp\left\{-\sum_{v=1}^{\infty}\sum_{x=vn}^{\infty}\frac{P(x:vn\rho)}{v}\right\} \quad (v=1,2,3\cdots) \quad (4) \qquad P(x:\alpha)=e^{-\alpha}\cdot\alpha^x/x! \quad (5)$$

(4)、(5)式より $W^c(0)$ が求められる。この場合、(4)式は無限項の和であるから、適当な近似計算を行なう。

6. 待ち合せモデルの適用計算例　以上の数学モデルに対して、i) $\lambda=14$ 機/時、$\mu=2$ 機/時、ii) $\lambda=14$ 機/時、$\mu=1.5$ 機/時 の場合について、スポット数 n を変化させた適用計算を行なった。その結果を図-1に示す。$\lambda=14$ 機/時は単一滑走路使用の場合の通常の上限であり、現在の大阪国際空港滑走路の容量と考えられる到着率である。$\mu=2$ 機/時は標準のサービス率であり、$\mu=1.5$ 機/時は実際の大阪国際空港におけるサービス率である。

7. あとがき　以上の計算結果から、スポットの容量を超過する確率を1%にとった場合、現在の大阪国際空港の滑走路容量に対応するスポット数は17～18である。ここでは、スポットの路線別または会社別割り当て等は考慮しなかった。それらを考慮する場合には、さらにスポット数を増加させる必要がある。

以上の方法は、滑走路の規模に対応した合理的なスポット数の決定方法の一つの提案である。

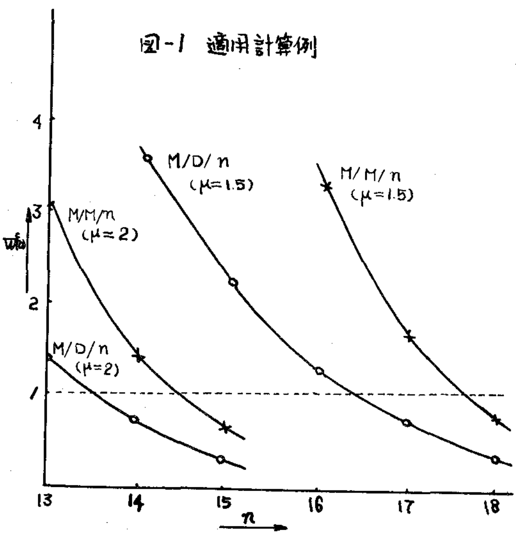

図-1 適用計算例