駅前広場におけるタクシー駐車場の規模決定に関する一考察

京都大学工学部　正員　工博　吉川　和広
京都大学工学部　正員　○木俣　昇

I　まえがき

近時，自動車交通の発達にともなって，駅前広場の規模決定にあたっては，バス・タクシー・自家用車の駐車場の広さを決めることが重要となってきた。昭和36年の調査結果によると駐車場の占める割合は，全体の58%である。この傾向は，今後ますます強まるものと予想される。本研究においては，2重待ち合せ理論を適用することにより，タクシー駐車場の適正規模を決定するための一方法について考察することとする。

II　2重待合せ理論

一般に，待合せモデルは2つの待ち行列，すなわちサービスを受けるために待っている客，サービスを行うため客を待っているサービス機関の待ち行列という観点でながめることができる。この種のモデルは，Kendall, M.W. Sasieni によって解析されているが，彼らの解析したモデルは，サービス機関が窓口，すなわちサービス機関の数nと窓口が一致した場合であるが，現実の駅前広場におけるタクシー駐車場は，有限個のサービス窓口で客の乗降をとりあつかっているので，本研究では，窓口数Sを考え，実質窓口数を(i) $n \leq S$ のとき，窓口数はn，(ii) $S < n$ のときは，Sという問題に拡張してモデルを作成した。システム中の客の数をm，タクシーの数をn，おのおのの待ち行列をm', n'とする。客，タクシーとも到着はそれぞれ平均値λ, μのポアソン分布に従い，タクシーのサービス時間は平均値$1/\mu_0$の指数分布に従うものとする。ここでは，客，タクシーは，それぞれ待ち行列がM, Nのとき到着すれば，直ちに立去るものとし，さらに待ち時間がそれぞれT, Rをこえれば立去るものと考える。$P_{m'}(t: x_1, \cdots, x_{m'})$, $Q_{n'}(t: x_1, \cdots x_{n'})$をそれぞれ客，タクシーの待ち時間が，$x_1 + dx_1$, $x_2 + dx_2$ 等である確率とし，定常状態における状態方程式をかけば

(i) $m > n,\ n \leq S$

$$\left.\begin{aligned} \sum_{i=1}^{m'} \frac{\partial P_{m'}}{\partial x_i} &= -(\lambda+\mu) P_{m'} + \mu \int_{x_1}^{T} P_{m'+1}(u, x_1, \cdots, x_{m'})\,du + P_{m'+1}(T, x_1, \cdots, x_{m'}) \\ \sum_{i=1}^{M} \frac{\partial P_M}{\partial x_i} &= -\mu P_M \end{aligned}\right\} \quad (2\text{-}1)$$

(ii) $m, n \geq S$

$$\left.\begin{aligned} \sum_{i=1}^{m'} \frac{\partial P_{m'}}{\partial x_i} &= -(\lambda + S\mu_0) P_{m'} + S\mu_0 \int_{x_1}^{T} P_{m'+1}(u, x_1, \cdots, x_{m'})\,du + P_{m'+1}(T, x_1, \cdots, x_{m'}) \\ \sum_{i=1}^{M} \frac{\partial P_M}{\partial x_i} &= -S\mu_0 P_M \end{aligned}\right\} \quad (2\text{-}2)$$

(iii) 両者に，全く待ち行列が生じない状態は，

$$\left.\begin{aligned} 0 &= -(\lambda+\mu) Q_0 + \lambda \int_0^R Q_1(u)\,du + \mu \int_0^T P_1(u)\,du + Q_1(R) + P_1(T) \\ 0 &= -(\lambda+\mu) Q_0 + S\mu_0 \int_0^R Q_1(u)\,du + S\mu_0 \int_0^T P_1(u)\,du + Q_1(R) + P_1(T) \end{aligned}\right\} \quad (2\text{-}3)$$

全く対称に，Q_Sに対しても記述できる。方程式(1)～(3)が満足すべき境界条件は，

$$P_1(0) = \lambda Q_0 \qquad Q_1(0) = \mu Q_0$$

$$P_{m'+1}(x_1, \cdots, x_{m'}, 0) = \lambda P_{m'}(x_1, \cdots, x_{m'}) \qquad Q_{n'+1}(x_1, \cdots, x_{n'}, 0) = \mu Q_{n'}(x_1, \cdots, x_{n'}) \quad (2\text{-}4)$$

つぎにここで新しく，$P^*_{m'}$，$Q^*_{n'}$を客およびタクシーの待ち行列がそれぞれm'，n'である確率をあらわすと定義すれば，　$P^*_{m'}=\int_{x_1=0}^{T}\int\cdots\int_{x_{m'}=0}^{x_{m'-1}} P_{m'}(x_1,\cdots,x_{m'})dx_1\,dx_2\cdots dx_{m'}$ と表わされる。ここであらためてM，Nを無限大にする，母関数　$P(Z)=\sum_{m'=1}^{\infty}P^*_{m'}Z^{m'}$，$Q(Z)=\sum_{n'=0}^{\infty}Q^*_{n'}Z^{n'}$ を導入すれば，待ち行列の平均値，分散は次のように求められる。

$$Q_0 = 1/\Big[[\mu-\lambda\exp\{T(\lambda-\mu)\}]/(\mu-\lambda) + [S\mu_0-\lambda\exp\{T(\lambda-S\mu_0)\}]/(S\mu_0-\lambda)$$
$$+[\lambda-\mu\exp\{R(\mu-\lambda)\}]/(\lambda-\mu)+[S\mu_0-\mu\exp\{R(\mu-S\mu_0)\}/(S\mu_0-\mu)\ -2\Big] \quad (2\text{-}5)$$

$$E(m')=P'(1)=\lambda Q_0\Big[\{\exp\{T(\lambda-\mu)\}[\lambda^2T-\lambda\mu T-\mu]+\mu\}/(\mu-\lambda)^2+\{\exp\{T(\lambda-\mu)\}[\lambda^2T-\lambda S\mu_0T-S\mu_0]$$
$$+\mu S_0\}/(S\mu_0-\lambda)^2\Big] \quad (2\text{-}6)$$

$$Var(m')=P''(1)+P'(1)-\{P'(1)\}^2 \quad (2\text{-}7)$$

タクシーに対しても同様に求めることができる。

Ⅲ　タクシー駐車場の適正規模決定の一方法

(2−5)(2−6)，式を考察すれば，平均待ち行列$\bar{m}$，$\bar{n}$はSの単調減少関数になり，Sを無限大にもっていけば，一定値に収束することが容易に示される。さらに$\bar{m}$と$\bar{n}$とは全く対称であるから客とタクシーの両者の待ち行列を同時に最小にする窓口数S^*を決定することができる。従って，λ，μが与えられたときの平均待ち行列を最小ならしめるS^*を採用したときの必要面積をもってタクシー駐車場の適正規模と考えることとし，このための基礎データとして，Sの関数としてのタクシーおよび客の平均行列を以下に求めていくことにする。

Ⅳ　適用例　　　三条京阪における調査結果によると，客，タクシー両者の到着は，ポアソン分布に従い，サービス時間は指数分布に従うと仮定してさしつかえないことがわかった。計画目標時点においても，客およびタクシーの到着はポアソン分布に従うものと考え，その平均値は，その時点での客，タクシーの動態をもとにして推計することとした。さらに，サービス時間の分布は変化しないものと仮定した。本研究では，サービス時間は図Ⅰに示す平均値 $\mu_0=1.32$（台/10秒）の指数分布に従うものとし，λ，μの2,3の組について上述のモデルを計算しその結果を一括して図2に示した。つぎに(3−7)式を用いて，標準偏差を計算することにより，待ち行列の分布形を求めることができる。従って収容待ち行列長を（平均値＋α　）とすれば，待ち行列がそれ以下の場合は，遊休損失を生じ，それ以上になると客およびタクシーのあふれによる損失を生じる。それらがバランスする点でαを決定することができる。

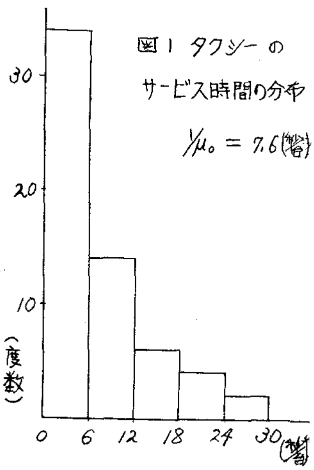

図1 タクシーのサービス時間の分布

$1/\mu_0 = 7.6$(秒)

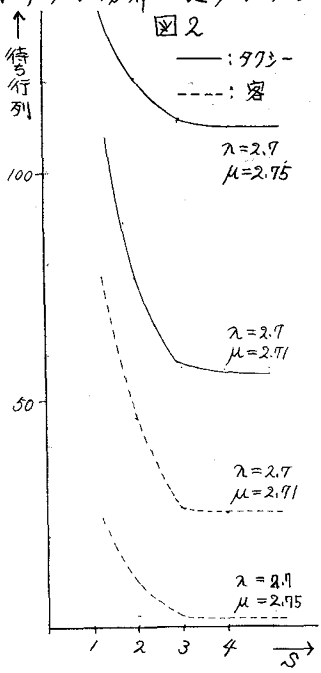

図2