# 都市人口密度分布の成長過程に関する研究

京都大学工学部　正員　天野光三
京都大学工学部　正員○藤田昌久

1)はじめに：東京や大阪のような大都市においては，ある程度以上都心を離れた都市周辺部における人口密度分布形態は，高速鉄道を利用した場合の都心からの時間距離に関して，指数関数的に減少することが知られており，理論的説明もなされている[1]。本研究では，このことを利用して，都市周辺部の人口密度分布形態の成長過程を分析し，時間距離と年度の関数としてみた人口密度分布の数理モデルを提案する。また，これを利用して，時間距離が変化した場合の推論を行ない，近郊地域の特性にもとづく人口密度分布の相違の説明を試みる。

2)時間距離に関する人口密度の指数分布：人口密度は都心からの時間距離に関して，指数関数的に減少すると仮定すると，次式のように表わされる。

$$\rho(T) = Ae^{-BT} \tag{1}$$

上式において，Tは都心からの時間距離，$\rho(T)$は時間距離Tの場所の人口密度，A，Bは正の定数である。

3)．人口密度の成長過程に関する分析：人口密度の年度変化率は，その時点$x$における人口密度の大きさ$\rho(T,x)$に比例し，飽和人口密度$C(T)$に対する余地$[C(T)-\rho(T,x)]$に比例すると仮定すると次式が成立する。

$$\frac{d\rho(T,x)}{dx} = k(T)\rho(T,x)\left[C(T)-\rho(T,x)\right] \tag{2}$$

上式において，Tは都心からの時間距離がTの地点であることを表わしている．$k(T)$は$x$より独立な比例常数である．式(2)において，人口密度の年度変化率が現在の人口密度の大きさ$\rho(T,x)$に比例すると考えるのは，集積による利益が誘引力をなすものと考えるからである。式(2)を積分すると次式のようになる．

$$\rho(T,x) = \frac{C(T)}{1+a(T)e^{-k(T)C(T)x}} \tag{3}$$

上式における未知の係数，$a(T)$，$C(T)$，$k(T)$は，次式のように順次求めることができる

$$C(T) = \frac{\rho(T,x_2)^2\left[\rho(T,x_1)+\rho(T,x_3)\right]-2\rho(T,x_1)\rho(T,x_2)\rho(T,x_3)}{\rho(T,x_2)^2-\rho(T,x_1)\rho(T,x_3)} \tag{4}$$

ただし　$x_3 = x_2+\Delta x = x_1+2\Delta x$

$$a(T) = \frac{C(T)}{\rho(T,x=0)} - 1 \quad (5) \qquad k(T) = \frac{\Delta\rho(T,x)}{\rho(T,x)\left[C(T)-\rho(T,x)\right]} \quad (6)$$

東京西郊において，式(3)～(6)を用いてみると，非常によくあてはまることがわかった．また$k(T)$は T＝25～50（分）の地点ではほぼ一定であることがわかった。

4)．時間距離と経過年数の関数としてみた人口密度分布：人口密度は都心からの時間距離に関しては式(1)に従って指数関数的に，年度経過に関しては式(3)に従ってロジスティックに成長すると仮定すると，以上より任意の地点の任意の時点における人口密度$\rho(t,x)$は次

式により求まる。

$$\rho(t,x)=A(x)e^{-B(x)t}, \quad t=T-T_0 \tag{7}$$

$$A(x)\equiv\rho(t=0,x)=\frac{C(T_0)}{1+\left(\frac{C(T_0)}{\rho(T_0,x=0)}-1\right)e^{-kC(T_0)x}} \tag{8}$$

$$B(x)\equiv k_1e^{-k_2x}+B(x=\infty) \tag{9}$$

$T_0$は基準地点の都心に対する時間距離であり，$k_1$，$k_2$は正の常数である。東京都西郊に上式(7)〜(9)を適用すると過去の実績と非常に高い相関を持つことが明らかとなった。

5)．時間距離の変化に関する推論：任意の交通手段の変化により，時点$x=x_1$において，従来の表定速度$v$が$v'=nv$に変化した場合，式(7)，(8)，(9)は式(2)の仮定および式(8)，(9)の定義より，図1，2に示すとおり，次式の(7')，(8')，(9')に変化すると考えられる。

$$\rho(t',x)=A'(x)e^{-B'(x)t'}, \quad t'=T'-T_0'=\frac{1}{n}(T-T_0) \tag{7'}$$

$$A'(x)=\frac{C(T_0')}{1+\left(\frac{C(T_0')}{\rho(T_0,x_1)}-1\right)e^{-kC(T_0')(x-x_1)}} \tag{8'}$$

$$\left.\begin{aligned}&B'(x)=k_1e^{-k_2(x-p)}+B(x=\infty)\\&p=\frac{K+k_2x_1}{k_2}, \quad K=\log_e\frac{ne^{-k_2x}+(n-1)B(x=\infty)}{k_1}\end{aligned}\right\} \tag{9'}$$

図1 時間距離の変化によるA(x)の変化

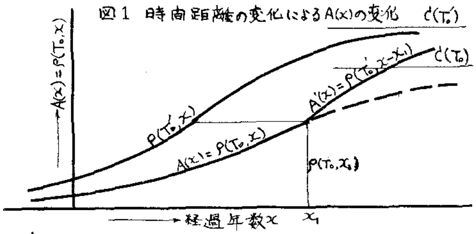
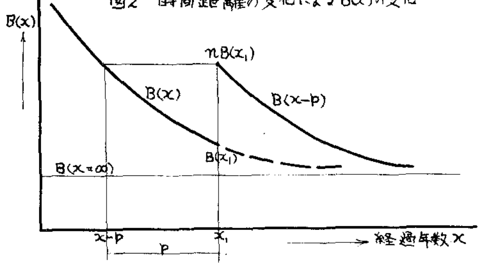



図2 時間距離の変化によるB(x)の変化




上式において，$T_0'$，$T'$は速度変化後における，基準地点および任意の地点の都心からの時間距離であり，$p$は図2に示すとおり，時間距離の変化により，関数$B(x)$の移動する年数の大きさを表わしている。

6)．近郊地域の特性にもとづく人口密度分布の相違：式(7)において現在の$t$が同一であっても，人口密度の大きさが，たとえば鉄道路線別に異なりうる理由は自然条件以外に次のように考えられる。

イ)初期条件の相違：基準時における人口密度の大きさに関する条件である。式(8)の$A(x)$は，$\rho(T_0,x=0)$の大きさにより相違し，したがって$\rho(t,x)$の大きさが異なることになる。

ロ)時間距離に変化が起った時期とその変化の大きさの相違：高速鉄道の速度変化や地下鉄建設による都心への乗り入れなどにより従来の都心からの時間距離の大きさに変化が起れば，式(7)，(8)，(9)が式(7')，(8')，(9')のように変化すると考えられるので，式(7)における$t$が現在同一であっても，各地域により人口密度の大きさは異なりうる。

7)．結論：式(7)〜(9)を利用することにより，任意の時点における任意の地点の人口密度，したがってそれを積分することにより，任意の領域内の人口推定が可能である。また(7)〜(9)と式(7')〜(9')との関係を利用することにより，鉄道その他の交通施設の整備による誘発人口を推定できる．したがって通勤発生率がわかれば，高速鉄道の通勤輸送需要と，将来の輸送施設整備による誘発通勤輸送需を，推定することが可能となる。


参考文献 1）天野光三：都市通勤交通需要の推計に関する方法論的研究．昭40年10月 pp73〜74