群ぐいの弾性沈下に関する一計算法

京都大学工学部　正員　後藤尚男
立命館大学理工学部　正員　○勝見　雅

1. まえがき

構造物を支えるくい基礎は通常1本のくいすなわち単ぐいとして用いられる場合はほとんどなく，いわゆる群ぐいとして使用される。しかして，単ぐいの支持力をPとするとき，同径のくいをN本使用した群ぐいの支持力はN×Pとはならず群ぐいの特性が問題になる。そこでわれわれは，群ぐいの支持効率したがって低減率について考察するため軟弱な地盤を貫いて比較的堅い支持層まで打込まれた単ぐいと群ぐいを対象とし，この場合くい先端のみに注目し，先端地盤は等方等質の半無限弾性体と仮定し，各くいは中空部も含む全断面が有効に抵抗するものと考えて，単ぐいと群ぐいについての鉛直荷重と弾性沈下量との関係式を誘導した。しかるのち，N本のくいよりなる群ぐいの鉛直支持抵抗と単ぐいの支持抵抗のN倍との関係を求めるために，群ぐいと単ぐいにおいて，同一の沈下量を生ずる鉛直荷重の比をNで除した値を群ぐいの低減率と考え，鋼管矢板井筒基礎[1]の場合に適用した。

2. 弾性沈下に関する理論計算

図—1においてa，bは相隣るくいの先端断面を表わすものとすると，Boussinesqと同様なTimoshenkoの考究により，くいaによるくいb内の任意の1点Mの弾性沈下量w_Mは次式で与えられる。[2]

$$w_M=\frac{(1-\nu^2)q}{\pi E}\iint du\,d\psi$$

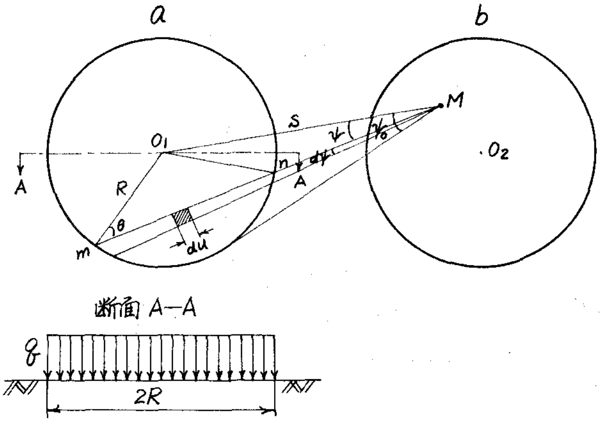
$$=\frac{2(1-\nu^2)q}{\pi E}\int_0^{\psi_0}\int_{\overline{Mn}}^{\overline{Mm}}du\,d\psi \quad \cdots\cdots(1)$$

しかるに

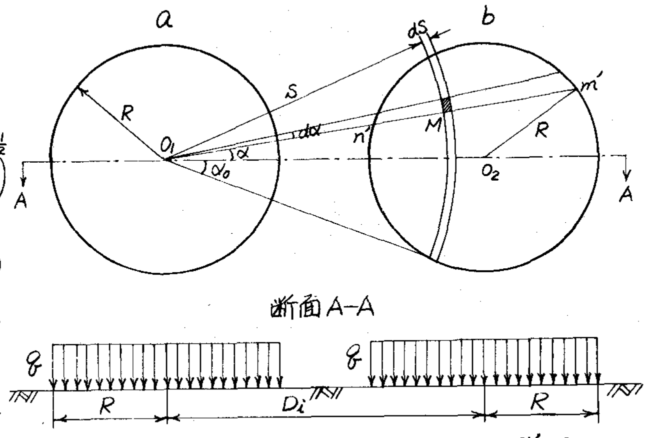
$$mn=2R\cos\theta,\quad \cos\theta=\left(1-\frac{S^2}{R^2}\sin^2\psi\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore\ w_M=\frac{4R(1-\nu^2)q}{\pi E}\int_0^{\sin^{-1}\frac{R}{S}}\left(1-\frac{S^2}{R^2}\sin^2\psi\right)^{\frac{1}{2}}d\psi \quad \cdot(2)$$

ここに，q：くいaに作用する等分布荷重，E，ν：土の弾性係数とポアソン比。式(2)のw_Mを図—2のようにくいbの円全体について積分すると，



図—1 くいaによる点Mの沈下のための説明図



図—2 くいaによるくいbの沈下のための説明図

$$\int_b W_M dA = I(W_M) = \frac{8R(1-\nu^2)q}{\pi E}\int_0^{\sin^{-1}\frac{R}{D_i}}\int_{\overline{O_1n'}}^{\overline{O_1m'}}\int_0^{\sin^{-1}\frac{R}{S}} S\left(1-\frac{S^2}{R^2}\sin^2\psi\right)^{\frac{1}{2}} d\psi\, dS\, d\alpha \quad \text{-----}(3)$$

ここに $\overline{O_1m'} = D_i\cos\alpha + R\left(1-\frac{D_i^2}{R^2}\sin^2\alpha\right)^{\frac{1}{2}}$, $\overline{O_1n'} = D_i\cos\alpha - R\left(1-\frac{D_i^2}{R^2}\sin^2\alpha\right)^{\frac{1}{2}}$ -----(3')

したがってくいaによるくいbの先端の平均沈下量 W_{av} は式(3)を円の面積 πR^2 で除すればよいので,

$$W_{av} = \frac{8(1-\nu^2)q}{\pi^2 RE} I_i, \quad \text{ただし} \quad I_i = \int_0^{\sin^{-1}\frac{R}{D_i}}\int_{\overline{O_1n'}}^{\overline{O_1m'}}\int_0^{\sin^{-1}\frac{R}{S}} S\left(1-\frac{S^2}{R^2}\sin^2\psi\right)^{\frac{1}{2}} d\psi\, dS\, d\alpha \quad \text{-----}(4)$$

一方くいb自身すなわち単ぐいの先端の沈下量 W_1 は半無限弾性体上の剛性円板に等分布荷重 q_1 が作用した場合の沈下と考えられるので[2], $W_1 = 16R(1-\nu^2)q/3\pi E$ -----(5)

したがってくいa, bが図—2のように中心間隔 D_i で隣接し, その両者にそれぞれ等分布荷重 q_2 が作用した場合の先端の沈下量は,

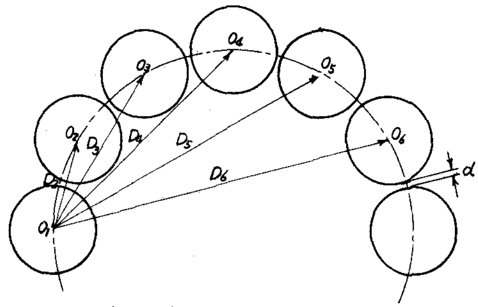
$$W_2 = \frac{8(1-\nu^2)q_2}{\pi^2 RE} I_i + \frac{16R(1-\nu^2)q_2}{3\pi E} \quad \text{-----}(6)$$

ゆえに $W_1 = W_2$ なるときの等分布荷重比 q_2/q_1 は

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{P_2}{2P_1} = \frac{2\pi R^2}{2\pi R^2 + 3I_i}\left(= \frac{W_1}{W_2}\right) \quad \text{-----}(7)$$

一般にN本なるくいよりなる群ぐいの場合は,

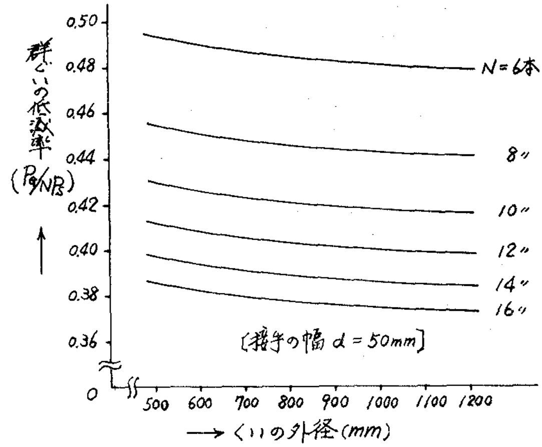
$$\frac{q_G}{q_S} = \frac{P_G}{NP_S} = \frac{2\pi R^2}{2\pi R^2 + 3\sum_{i=2}^{N} I_i}\left(= \frac{W_S}{W_G}\right) \quad \text{-----}(8)$$



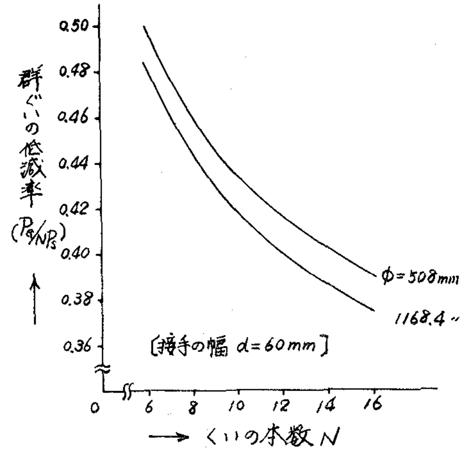
図—3 鋼管矢板井筒の群ぐいとしての沈下のための説明図

3. 数値計算例

式(8)のように導かれた群ぐいの低減率 (P_G/NP_S) を図—3のごとくくいが配列された鋼管矢板井筒基礎に適用した結果を図—4, 図—5に示した。



図—4 くいの外径—低減率の数値計算結果



図—5 くいの本数—低減率の数値計算結果

1) 嶋 义雄・後藤尚男・松浦俊・吉倉敬治: 鋼管矢板井筒に関する模型実験的研究, 第21回土木学会年次学術講演会講演概要Ⅲ-112, pp.112-1~2, 昭41.5.29

2) Timoshenko, S. and Goodier, J.N.: Theory of Elasticity, McGraw-Hill, pp.366~372, 1951.