降雨推移確率を考慮した下水排除計画

京都大学工学部　正員　工博　末石冨太郎
京都大学工学部　学生員　○山田　淳

1. はじめに

下水道システムにおける量および質の挙動を動的にとらえ，システムの効率的な操作をはかるための手法として，マルコフ過程の導入を試みた。この手法は単位時間後の状態変化を推移確率として確率的にとらえ，現在の状態のみによって将来の変動を確率として予測し，それに対する操作方法を，効果，損害などの観点から評価しようとしたものである。

ここでは，降雨に伴なう放流管理についての検討結果を示す。

2. 降雨の確率的推移

降雨状態を降雨量別にN段階にわけ，このうち第i番目の状態であったものが，単位時間後に第j番目の状態になる確率は，iとjのみの関数であって一種の条件確率である。

いまi，jを4段階にわけて，それぞれの代表降雨量を，0，3.0, 8.5, 13.0, mm/日とし，これを遷移行列$\mathbb{P}=[P_{ij}]$として表1に示す。

表1　降雨量　P_{ij}

i \ j	1	2	3	4
1	0.67	0.21	0.06	0.06
2	0.44	0.41	0.05	0.10
3	0.56	0.22	0.04	0.18
4	0.28	0.33	0.17	0.22

n回の単位時間遷移後に状態iを占める確率を状態確率$\pi_i(n)$といい，

$$\pi_j(n+1)=\sum_{i=1}^{N}\pi_i(n)P_{ij} \qquad (1)$$

とあらわせる。$\pi_i(n)$を成分とする列ベクトルを$\Pi(n)=[\pi_1(n),\pi_2(n),\cdots,\pi_N(n)]$とすると，

$$\Pi(n+1)=\Pi(n)\mathbb{P}=\Pi(0)\mathbb{P}^n \qquad (2)$$

とあらわせる。$\Pi(0)$として$[1,0,0,0]$，$[0,1,0,0]$，…$[0,0,0,1]$のすべてをとり，(2)式によって計算を行なうと3～5日の遷移の後，ほぼ一定の列ベクトル$\Pi(n)=[0.55, 0.28, 0.07, 0.10]$に収れんした。これより，今日の状態によって数日後までの降雨状態が異なることがわかったので，これに応じた放流操作を決定しうる可能性を見出した。

3. 負荷量を基準とした放流操作

降雨量に関するP_{ij}表は，損失降雨を減ずる補正をして流出量のP_{ij}表となり，さらに放流装置の希釈倍率，降雨継続時間分布を考慮することにより，越流する放流量のP_{ij}表を得ることができる。ここでは簡単に，放流のない場合を$i,j=1$，放流のある場合を$i,j=2$と，2段階にわけ，希釈倍率は，2（$k=1$とする），4（$k=2$）の2段に選択操作できるものとすると，放流量のP_{ij}表は，それぞれ表2，表3のようになる。

表2 放流量P_{ij} $k=1$

i \ j	1	2
1	0.69	0.31
2	0.40	0.60

表3 放流量P_{ij} $k=2$

i \ j	1	2
1	0.94	0.06
2	0.77	0.23

次に，放流負荷量に関するマトリックスr_{ij}を求めるために，モデル排水区を設定し，越流および処理後水の放流負荷量を算定した。その際，降雨初期における高負荷流出を考慮して，$(i,j)=(1,2)$のように晴天から降雨に推移する場合には1割増，$(i,j)=(2,1)$の場合には逆に1

割減ずるものとしたr_{ij}表は，表4，表5である。

P_{ij}，r_{ij}を用い，逐次計算によって，積算放流負荷量$v(n)$は次式から求められる。

$$v_i(n) = P_{ij}r_{ij} + \sum_{j=1}^{N} P_{ij} v_j(n-1) \qquad (3)$$

$v_j(0)=0$と仮定し，$k=1, 2$のそれぞれについて$v_i(1)$を求め，許容放流負荷量以下のkを選択して，$n=1$における$v_i(n)$を決定する。ここでは許容放流負荷量をL mm·ppm（日平均）とし，$L=140, 160$の場合について$n=4$まで計算し，$L=140$については計算経過を表6，結果を表7に，$L=160$については結果のみを表8に示す。また処理場の汚泥管理などを考慮して，許容限界内であればできるだけ放流すべきものと仮定した。

モデル排水区

晴天時汚水水質（BOD）	180 ppm
晴天時汚水量	6 mm/日の降雨流出量に相当
処理効率	90 %
負荷量の単位	mm·ppm/day

表4　r_{ij}　$k=1$

i \ j	1	2
1	108	237
2	97	215

表5　r_{ij}　$k=2$

i \ j	1	2
1	108	153
2	97	139

$L=140$の場合，$n=1$すなわち明日1日に対する操作を考える場合には今日の降雨の有無にかかわらず$k=2$，すなわち希釈倍率を4倍に操作しておく必要がある。今後4日間の制御を考える場合には，$k=1$（希釈倍率2）の状態にしておけばよい。また，$L=160$の場合には，今日降雨がなければ$k=1$，降雨のある場合には，明日のみを考慮するときに限り$k=2$，明後日以後も考慮するときには，$k=1$とする必要があることを示している。このように，現在の状態によって異なった操作をすることが最適操作になる場合も多く，動的管理の利点のひとつと考えられる。

表6　$v_i(n)$　$L=140$

i	k \ n	1	2	3	4
1	1	148	258*	412*	547*
	2	111*	222	371	521
2	1	168	277*	437	555*
	2	107*	217	370*	509
許容負荷量		140	280	420	560

＊選択した操作方法

表7　kの決定　$L=140$

i \ j	1	2	3	4
1	2	1	1	1
2	2	1	2	1

表8　kの決定　$L=160$

i \ j	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	2	1	1	1

4. まとめ

以上簡単な例題によって制御の手法を示したが，今後i，jやkの個数の増加や放流域の制約条件の再検討によって，より精確な操作方法を求めることができる。現在，単位時間を1時間程度に短縮して，より微小な変動予知を行なう方法や，水質や施設の価値評価を加えた経済的管理，分・合流式の比較の問題などを検討中である。