

砂れきの流送機構について

京都大学防災研究所 正員 土屋 義人

" " " 道上 正規

1. 考え方. 流砂現象は、流水の水理特性、砂れき特性および河床形状によって規定されるが、それらの特性がどのような関係で流砂現象を規定しているかは、関係する因子の数が多いこととかさう機構の複雑さのために、現段階では十分に解明されていない。しかしながら、砂れきの移動は不規則な断続的な運動のくり返しの現象であることは、多くの研究者によつて指摘されている事実である。このことは、砂れきの流送機構の解明への一つの approachとして、確率的な概念が有効な手段となることを示唆している。

そこで本報告は W.W. Saylor および D.W. Hubble の研究を基礎にして、着色砂を tracer として使用し、砂れきの流送機構の考察を試みようとしたものである。

2. 着色砂の移動モデル. 流量および流砂量が一定で、かつ流砂の輸送形式が掻流である場合を考える。河床砂と同じ輸送特性をもつ着色砂が時刻 $t=0$ で原点 $x=0$ から移動を開始するとしよう。着色砂の移動は不規則な継続的運動のくり返しの過程であるから、静止から移動を開始し静止するまでの過程を step と定義する。1 個の着色砂が区間 $(0, x)$ を輸送されるととき、 n 回の step をすすむ確率 $P(n; x)$ は、区間の長さのため依存し、位置には無関係であろうと考えられるので、 $P(n; x)$ は不アーリン分布に従うはずである。

$$P(n; x) = e^{-\lambda_1 x} (\lambda_1 x)^n / n! \quad (1)$$

ここに、 λ_1 は単位長さ当たりの移動確率で、すべての着色砂に対して一定である。 n step を終えて、着色砂が区間 $(0, x)$ に存在する確率は $1 - \sum_{k=0}^{n-1} e^{-\lambda_1 x} (\lambda_1 x)^k / k!$ であるから、 n step を終えた着色砂の位置に対する密度函数は次式であらわされる。

$$f(x; n) = \lambda_1 e^{-\lambda_1 x} (\lambda_1 x)^{n-1} / (n-1)! \quad (2)$$

着色砂が n 回の step で流下する平均移動距離 l_n は n/λ_1 であるから、1 回の step の平均移動距離 l_1 は $1/\lambda_1$ となる。つきに時間に因する着色砂の移動を考える。時間に因する着色砂の移動は位置に因する場合と相似にはるので、時間 $(0, t)$ において、着色砂が n step をすすむ確率 $P(n; t)$ は次式のように表わされる。

$$P(n; t) = e^{-\lambda_2 t} (\lambda_2 t)^n / n! \quad (3)$$

ここに、 λ_2 は単位時間当たりの移動確率で、すべての着色砂に対して一定である。さらに着色砂の原点に存在する確率は次式のようにになる。

$$P(0; t) = e^{-\lambda_2 t} \quad (4)$$

着色砂の移動は、それが動く出す確率法則と移動距離の確率法則の複合現象であると解釈される。したがって、時刻 t における位置 x に因する着色砂の確率密度函数は次式のように書ける。

$$f(x; t) = f_t(x) = \lambda_1 e^{-(\lambda_1 x + \lambda_2 t)} \sqrt{\frac{\lambda_2 t}{\lambda_1 x}} I_1(\sqrt{\lambda_1 x \lambda_2 t}) \quad (5)$$

ここに、 $I_1(\sqrt{\lambda_1 x \lambda_2 t})$ は変形された 1 次のベッセル関数である。時刻 t における着色砂の

平均移動距離 \bar{x} は次式のようべ表わされ。

$$\bar{x} = \int_0^\infty x f_c(x) dx = \frac{\lambda_2 t}{\lambda_1} \quad (6)$$

3. 実験の概要. 断面が $20\text{cm} \times 20\text{cm}$, 長さが 15m の鋼製水路で, $3\text{mm} \times 4\text{mm}$ の粒径の川砂を厚さ 5cm で $1/100$ のこう配に敷き, 工流端から 6m 下流の位置を原点とし, そこへ同一の粒径の着色砂を並べて, 着色砂の流下方向の移動分布を 5cm 间隔に測定した。原点にかけた着色砂の数を並べ方は, その個数で 300 個, 面積を $16\text{cm} \times 3\text{cm}$ とし, かつその厚さが一層で, 着色砂面と河床面とが一致するように配置した。測定時間が短いので, 流れが等流にはらず²に着色砂が流下しないように, 金網でおおい, 等流状態になつてから, 時間を測定すると同時に金網をとり, 所定の時間にすれば金網をおいて着色砂の移動を阻止した。

4. 実験結果と考察. 単位長さあたり単位時間当たりの移動確率 λ_1 あるいは λ_2 を決定すれば, 砂粒の移動状況が明らかになれるはずであるが, 理論的にはこれらを決定することができないので, 実験的にこれらを求めて, 着色砂の移動分布が(5)式に従うかどうかを検討した。図-1は着色砂が原点に存在する確率を示したものである。時間 60sec までは(5)式の関係を満足していい。図-2は着色砂の平均移動距離と時間との関係を示したものであるが, (6)式の関係をほぼ満足しているので, そのこう配から λ_1/λ_2 を算出図-1から λ_2 を求めて, λ_1 あるいは λ_2 を決定した。測定された λ_1 および λ_2 を用いて(5)式を計算した結果と実験結果との比較を示したもののが図-3である。それらの結果は比較的よく一致しており, 砂粒の移動を上述したモデルで表示することが可能であることを示している。今後さらにこのようないわゆるモデルを用いて流れ機構を明らかにするためには, 移動確率 λ_1 および λ_2 と水理量との関係が明らかにならなければならぬ。

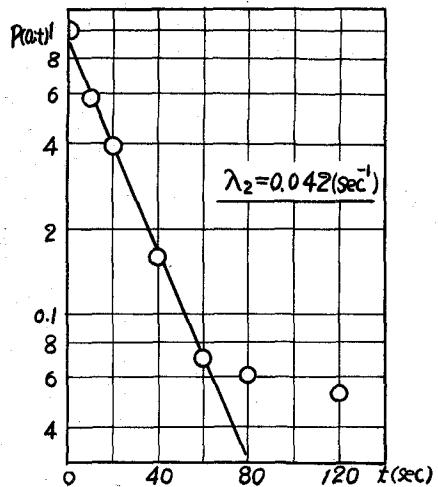


図-1. 原点に存在する確率の時間的変化

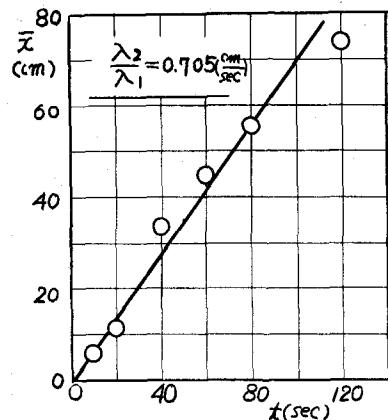


図-2. 平均移動距離と時間の関係

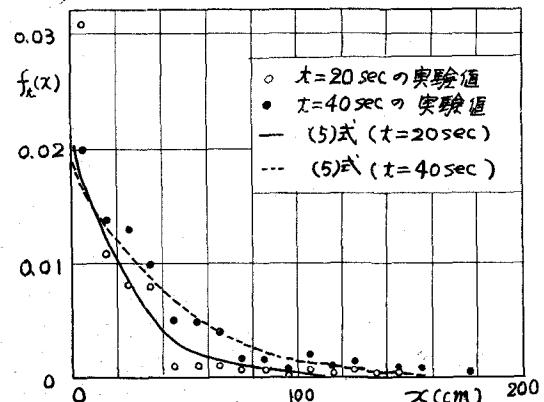


図-3. 着色砂の移動分布の理論値と実験値