

河域地形の統計と地形法則

京都大学工学部 正 員 高 棹 琢馬
京都大学工学部 学生員 ○ 瀬 能 邦 雄

洪水の流出とその挙動は河域地形の影響を受けていると考えられるが、その効果を明らかにするためには、まず河域地形、河道網の状況を把握しなければならない。本研究は河域地形とその洪水流出との関係を明らかにするために行なったもので、複雑な河道網の状況をトポロジカルに表現するとともに、確率論的な見地より、河道網の分布状況に内在する普遍的な法則を見出そうとしたものである。

一般に、流域における河道網は多くの河道区分の組合せから成っており、かつ可能なあらゆる組合せの1つとして実現したものと考えることができる。いま、このような河道区分の組合せをトポロジカルに図-1のように表現する。すなわち、図のように、位数2, 3...の河道をそれぞれ位数2, 3...のノードと考え、このノードに入る位数1, 2, 3...の河道区分の配列を考える。

このように表現すると、1つのノードに入る河道区分の数の分布はBoltzmanの統計に従うことになる。したがって、位数1の河道区分の数が N_1 である場合には、河道区分の配列数 Z は、 $Z = \binom{r_1-1}{n_1-1}$ 通り存在する。ここに $r_1 = N_1 - 1$ であり、また n_1 はこのような組合せのうち位数2の河道の数の最大、すなわち最大のノードの数を表わし、一般に $N_1/2$ と等しいか、あるいはそれより小さい最大の整数である。以上のことを、 $N_1=5$ の場合を例にとると、 $r_1=5-1=4$ 、 $n_1=2$ であって、図-2に示すように、河道区分の配列は

$$Z = \binom{4-1}{2-1} = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3 \quad \text{となる。}$$

いま、さらに配列(i)(ii)....それぞれに対して N_{10} の河道区分のうちの $p_1, p_2, p_3, \dots$ づつを各ノードに

配分する仕方はBoltzmanの統計により $w_i = \frac{N_1!}{p_1! \cdot p_2! \cdot p_3! \dots}$ 通りある。すなわち、図-2の(i)(ii)(iii)の配列に対しては、 $w_1 = 5!/5! = 1$ 通り、 $w_2 = 5!/3! \cdot 2! = 10$ 通り、 $w_3 = 5!/2! \cdot 2! \cdot 1! = 30$ 通り存在する。したがって、実際の河道網は、可能なすべての $W = w_1 + w_2 + \dots + w_2$ 通り(図-2の場合は $1+10+30=41$ 通り)のうちの1つが実現されたものと考えることができる。

ところで、上流より下流までの河道網の分布形態を把握するためには、各位数の河道区分の接続の関係を明らかにするとともに、位数 u の河道(ノード)に入る位数 $u-1$ の河道(河道区分)の数の分布を知る必要がある。

<位数間の接続の関係> いま、上に述べた河道のトポロジカルな組合せが等確率であると仮定して、位数2, 3, ...の河道に流入する位数1の河道の数の分布について考えよう。図-2の場合を例にとると、位数2の河道に流入する位数1の河道の数は、(i)で5、(ii)

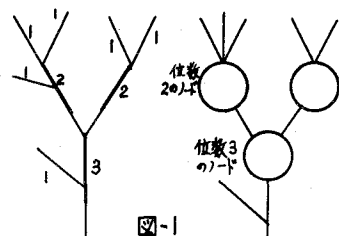


図-1

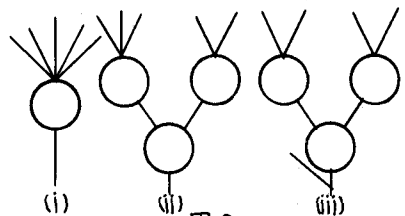


図-2

で5, (iii)で4であり, かつ(i)(ii)(iii)の場合はそれぞれ, $w_1=1, w_2=10, w_3=30$ 通りづつ存在するから, その期待値は $(5 \times 1 + 5 \times 10 + 4 \times 30) / 41 = 175 / 41 = 4.27$ 本となる。同様に位数3の河道に入る位数1の河道の数は, (iii)の1本のみで, 期待値としては $(0 \times 1 + 0 \times 10 + 1 \times 30) / 41 = 30 / 41 = 0.73$ 本となる。図-3には, この結果と $N_i=9$ の場合の計算結果を%に換算して示した。図中 N_{ij} は位数 i の河道が位数 j の河道に入る数を示している。このように確率論的に求められた期待値の分布状況は, 河域地形の生成過程を示すものと考えることができる。

〈位数 u のノードに含まれる合流点の数の分布〉つぎに, 1つのノードに存在する合流点の数の分布を考える。図-2を例にとると位数が2である1つのノードに含まれる合流点の数が1であるものは, (ii)図に1コ, (iii)図に2コある。合流点数が2であるものは(iii)図に1コ, 合流点数が3のものはなく, 4コのは(i)図に1コある。また, (iii)図で位数3の河道に位数1の河道区分が直接入っている場合は, 位数2での合流点の数が0であるものとする。結局, 位数2のノードに含まれる合流点の数が0, 1, 2, 3, 4である場合は(i)(ii)(iii)がそれぞれ $w_1=1, w_2=10, w_3=30$ 通りあるから, 期待値として

$$\begin{aligned} 0 \text{ コ} &: (1 \times 30) / 41 = 0.73 \text{ コ} & 1 \text{ コ} &: (1 \times 30 + 2 \times 10) / 41 = 1.22 \text{ コ} \\ 2 \text{ コ} &: (1 \times 10) / 41 = 0.24 \text{ コ} & 3 \text{ コ} &: 0 \text{ コ} \\ 4 \text{ コ} &: (4 \times 1) / 41 = 0.01 \text{ コ} \end{aligned}$$

ずつとなる。この結果は $N_i=9$ の場合とともに%に換算して図-4に示す。

以上, 位数の接続および合流点の数の分布について述べたが, こうした考えを一般化すると, その極限においては, 前者は指数分布, 後者はポアソン分布に漸近するであろう。

〈実際の河川への適用例〉以上の地形解析を京都府由良川に適用したが, 福知山上流流域(1200 km^2), および大野上流流域(360 km^2)に例をとって示したのが図-5および図-6である。これらの図がそれぞれ図-3, 図-4に酷似していることがわらう。また, 図-3, 5は指数分布的となっており, 図-6では比較のために挿入したポアソン分布と良く合致している。

すなわち, 河域地形と河道網の特性は, 上に述べたようなトポロジカルモデルと確率論的な扱いによって明らかにすることができるのである。なお, こうした理論の一般化と, それを基本としたトポロジカルモデルの設定については講演時に詳述する。

