放射流れに関する水理学的研究

京都大学工学部　正　員　工博　岩佐義朗
京都大学大学院　学生員　　○田村正秀

1. まえがき

開水路の放射流れは，上下水道，発電水力などの分野の水理構造物周辺の流れとしてしばしば実際上みられるものである。ところが，その水理学的解析は比較的少なく，従来より行なわれた研究としては，古典的な一次元解析法による荒木[1]，境界層理論を用いたWatson[2]，また熱輸送を取り扱ったRiley[3]，Chaudhury[4]のものがあるにとどまる。

一次元解析法によるかあるいは境界層理論によるかは対象とする流れをどの程度まで詳しく取り扱うべきかによって決まることは明らかであるが，土木工学における水理構造物上の放射流れという立場よりみれば，一次元解析法によって解析しても十分その特質が解析されることに異存はなかろう。したがって，ここでは荒木と同様に一次元解析法によって放射流れの水理学的諸性質を明らかにする。

2. 放射流れの水理学的性質

放射流れは，二次元的な拡がりをもつ一次元流れである。したがって，直交曲線座標系における一次元運動量方程式[5]を円柱座標に適用し，放射流れについて，$r \sim h$位相面における水面形方程式を導びくと，さきに荒木がえた式と同じ式がえられる。

$$\frac{dh}{dr} = \frac{\sin\phi - \dfrac{n^2 Q^2}{(2\pi)^2 h^{10/3} r^2} + \dfrac{\beta Q^2}{(2\pi)^2 g h^2 r^3}}{\cos\phi - \dfrac{\beta Q^2}{(2\pi)^2 g h^3 r^2}} \quad \text{-------------} (1)$$

ここに，β：Boussinesqの運動量係数，Q：中心から供給される流量(m^3/sec)，h：水深(m)，r：中心からの距離(m)，ϕ：底こう配，n：Manningの粗度係数，g：重力加速度(m/sec^2)である。(1)式は，定常的な放射流れの示す水理学的性質を水深hと流れの方向の距離rとの二次元位相面で示したものであって，あらゆる方向に一様な定常放射流れを解析する目的に適したものである。

$r \sim h$位相面における(1)式の解は(1)式の特異点の存在とその分類によって明らかにされる。その結果を要約すれば，底こう配ϕが流下距離について一定のとき，①底面粗度が距離に対する変分$(\partial n/\partial r)_c$が正または零のとき，特異点は渦状点または結節点となって流れは射流から常流に跳水をともなってせん移する。また②$(\partial n/\partial r)_c$が負のとき特異点は，$(\partial n/\partial r)_c$と$r_c$の関係によって，渦状点，結節点または鞍形点となる。渦して渦状点または結節点となるとき，流れは射流から常流に跳水をともなってせん移する，また鞍形点となるとき，流れは常流から射流になめらかにせん移する。$(\partial n/\partial r)_c \sim r_c$位相面における特異点の形式は，図－1に定性的に示されている。

3. 放射流れにおける跳水(水路が水平の場合)

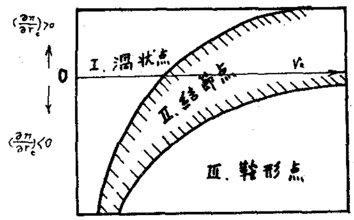

図-1, 特異点の性質を $\left(\frac{\partial\pi}{\partial r_2}\right) \sim r_1$ 位相面上で，定性的に表わしている。

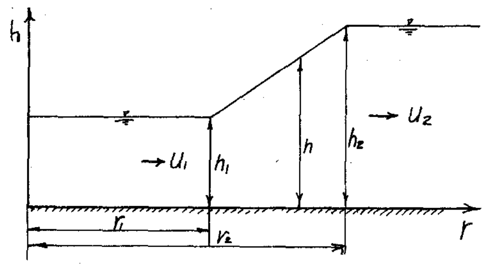

図-2 放射流れにおける跳水の r~h 位相面での一般図.

以上の結果から，放射流れは一般には中心近くで射流であって跳水によって常流にせん移することがわかる。したがって，放射流れにおける跳水を取り扱うことが必要となるが，いま図-2をモデルとして，全円周にわたる運動量方程式を立てると(2)式がえられる。

$$\left(\frac{\beta Q^2}{(2\pi)^2 h_2 r_2}+\frac{g h_2^2 r_2\cos\phi}{2}\right)-\left(\frac{\beta Q^2}{(2\pi)^2 h_1 r_1}+\frac{g h_1^2 r_1\cos\phi}{2}\right)$$

$$=\int_{r_1}^{r_2}\left(g h r\sin\phi+\frac{g h^2\cos\phi}{2}-r\frac{\tau}{\rho}\right)dr \quad \text{-------------} (2)$$

(2)式に，連続の条件および静水圧分布の仮定を入れ，底面の摩擦力を無視すれば，つぎに示す(3)式がえられる。

$$(\eta+1)(2\eta+3)\zeta^3-\eta(\eta+1)\zeta^2-(\eta+1)(6F_1^2+3+\eta)\zeta+6F_1^2=0 \cdots (3)$$

ここに

$\eta=(r_2-r_1)/r_1$, $\zeta=h_2/h_1$, $F_1=\beta u_1/\sqrt{g h_1}$ である。

跳水長を無視すれば($\eta=0$)，解として

$$\zeta_0=\left(-1+\sqrt{1+8F_1^2}\right)/2 \quad \text{-----------------------------} (4)$$

がえられる。これは広矩形水路に対しえられている周知の解と同じものに外ならない。ζ の値は，$0<\eta<1$ の範囲に対して，ζ_0 より小さくなる。すなわち(3)式によって，拡がりによる共役水深の比の変化を知ることができるのである。

4. 実験

放射流れの実験は図-3に示される装置で行なわれた。図-4はその結果の一例であるが，実験の詳細については，講演時にのべる。

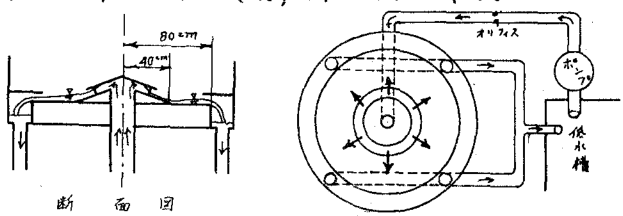

図-3 実験装置

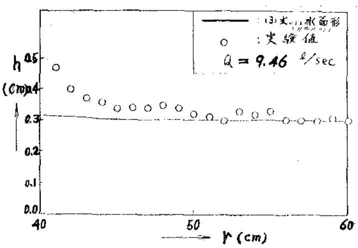

図-4 実験結果の一例(水面形状)

[参考文献]
1) 荒木正夫：放射開水路流れの一解析，土木学会論文集 才63号 pp. 48 ~ 56 (昭 34.7)
2) E. J. Watson: The radial spred of a liquid jet over a horijontal plane, J. Flu. Mech. vol. 20 pp. 481 ~ 499 (1964)
3) N. Riley: Radial Jets with Swirl, Quert. Journ. Mech. and Applied Math., vol. XV pt. 4 pp. 435 ~ 45) (1962)
4) Z. H. Chaudhury: Heat transfer in a radial liquid jet. J. Flu. Mech. vol. 20 pt. 3 pp. 501 ~ 511 (1964)
5) 岩佐義朗：開水路流れの基礎理論，土木学会水理委員会 水工学シリーズ 64-01 pp. 19-20 (昭 39.7)