不規則振動論による道路橋の動的応答の解析

京都大学工学部　正員　山田善一
金沢大学工学部　正員○小堀為雄

1. まえがき

道路橋の常時振動は載荷する自動車荷重によって誘発される。その自動車荷重は重さ，車頭間隔さらには，自動車の振動特性等種々の要素をもった荷重群であってそれを時間的に見ればランダムな荷重とみることができる。このように種々の要素をもった荷重による構造物の振動を論ずる1つの手段として，不規則振動論がある。この研究ではこの方法を用いて道路橋の動的応答の解析を試みる。

2. 単一荷重による応答

橋桁と自動車荷重に関する記号は図－1の上部図に示すとおりであり，橋桁の動たわみ曲線yは

$$y = q \sin(\pi x / l) \qquad (1)$$

とおく，図－1に示す系の運動方程式はエネルギー法を用いて次式のようにあらわされる。

$$\begin{aligned} &\ddot{q} + 2\beta p_0 \dot{q} + p_0^2 q \\ &= -2R(\ddot{z} - g)\sin(\pi t / T_p) \\ &\equiv F \end{aligned} \qquad (2)$$

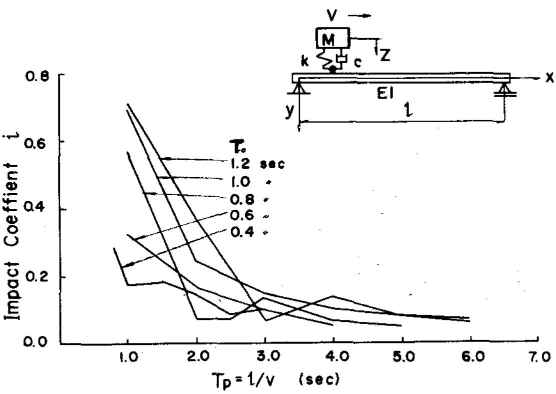


図-1 T_0とT_pと衝撃係数iとの関係

ここに，βは橋桁の減衰定数(＝0.02)，p_0は橋桁の固有振動数(rad/sec)，Rは重量パラメータ(＝M／ml)，$\ddot{z}$は自動車の鉛直加速度(cm／sec²)，gは重力加速度，T_pは自動車が橋梁を通過するに要する時間(sec)，tは自動車が橋桁に入った瞬間を$t=0$として測った時間である。

一般に式(2)の解は強制振動の項のみをとって

$$\begin{aligned} q &= \frac{T_0}{2\pi}\int_0^t (F(\tau)) \exp\left(-\frac{2\pi}{T_0}\beta(t-\tau)\right) \sin\frac{2\pi}{T_0}(t-\tau)\,d\tau \\ &= \frac{T_0}{2\pi}\int_0^t (-2R(\ddot{z}-g)) \sin\frac{\pi t}{T_p} \exp\left(-\frac{2\pi}{T_0}\beta(t-\tau)\right) \sin\frac{2\pi}{T_0}(t-\tau)\,d\tau \end{aligned} \qquad (3)$$

となる。ここに，T_0(＝$2\pi/p_0$)は橋桁の固有振動周期であり，橋桁の動たわみ曲線を式(1)のようにとっていることからqは橋桁スパン中央断面の動たわみy_cをあらわすことになる。

次に橋桁の最大静たわみは，

$$y_s = Mgl^3 / 48EI \fallingdotseq 2Rg / p^2 \qquad (4)$$

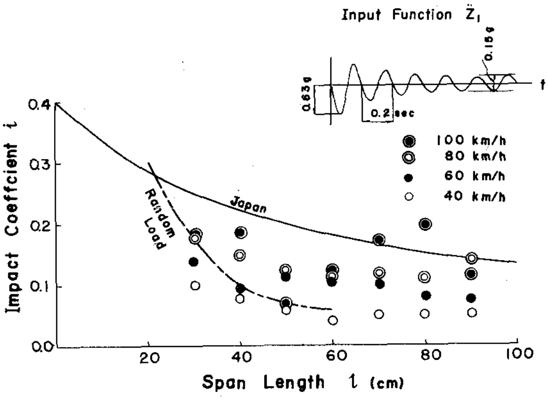
として，あらわされ，式(3)および式(4)より橋桁の衝撃率Iを求めると，

$$I = \frac{-2\pi}{T_0 g}\int_0^t \underline{(\ddot{z} - g)\sin\frac{\pi t}{T_p}} \exp\left(-\frac{2\pi}{T_0}\beta(t-\tau)\right) \sin\frac{2\pi}{T_0}(t-\tau)\,d\tau \qquad (5)$$

としてあらわされる。式(5)中の ―― の項はこの系に作用する外力の項であり，sin($\pi t / T_p$)は外力が橋桁上を移動することによる影響係数であり($\ddot{z} - g$)は例えば走行中の自動車の振動加速度から求められる値である。いまこれを走行振動試験の結果から求めた値を用いる。その形は式(6)および図－2に示すとおりである。

$$\ddot{z}_1 = (\ddot{z} - g) = C\exp\left(-\beta' \frac{2\pi}{T_0} t\right) + b \quad (6)$$

以上のように考えることによって，$\ddot{z}_1$をInput Functionとし，T_0およびT_pをパラメータとしてResponse Function Iを算出することができる。このときの1例が図－1および図－2である。



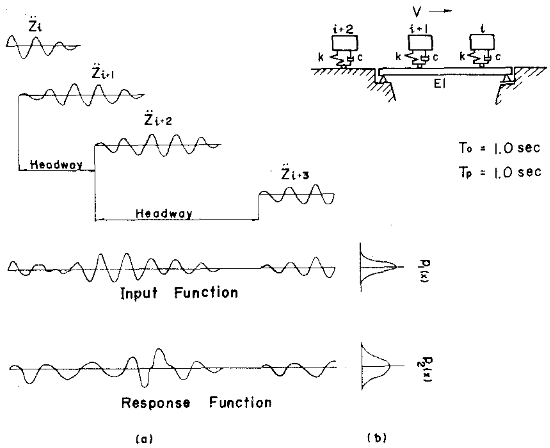
Dynamic Response of Highway Bridge due to a Vehicle

図－2 単一荷重による橋桁の衝撃係数

3．ランダム荷重列による応答

式(5)は単一荷重による場合であるが，荷重がランダムに連行して来る場合は，個々の荷重による応答を加えあわせることによって求めることができる．式(5)は荷重と橋桁の重さの項を含んでいないので，荷重列は車頭間隔の分布のみが問題となる。ここでは指数分布に従がうとして，電子計算機の中でシミュレーションされた値を用いる。その場合のInputおよびResponse Functionは図－3のようになる。

図－3におけるInput FunctionおよびResponse Functionについて，それぞれある振巾x_1～x_2の間にある時間の確率を求めると計測時間Tを長くすればある一定値に近ずき，(b)図の如き確率曲線を得る。この確率曲線の形が前節のパラメータT_0およびT_pによって定まる。この場合荷重列は一般交通流からシミュレーションされたランダム荷重列であるのでその橋桁について一般交通流に対する一般的傾向を示すものと解することができる。



図－3 ランダム荷重列と橋桁の動的応答

4．むすび

以上，これまで，主として実験的にまたは電子計算機を用いて微分方程式を数値計算することによって求めていたものを地震解析で用いられているような不規則振動の理論を導入して道路橋の動的応答を計算しようと試みた。これまでの結果がややもすればある特種な載荷状態についての場合であったが，これによってより一般的な動的問題を論ずることができる。　なお，計算に使用した電子計算機は東京大学大型計算センターのHARP 5020である。