

セル型構造物の安定性に関する基礎的研究

京都大学工学部 正 員 長尾義三
 京都大学工学部 正 員 後藤尚男
 京都大学工学部 正 員 土岐繁三
 京都大学工学部 学生員 黒田勝彦

1. まえがき

近年、港湾構造物においてセル構造が採用されるようになった。しかるに、これらの構造物に作用する静的土圧、支持力、地震時の動水圧、動土圧等については研究が充分進められていない。本研究においては、これらの不明点のうち、動水圧および動土圧に関する基礎的な研究を行なった。

2. 動水圧の理論解

図1のような円柱座標 (r, φ, z) においては動水圧 p はつぎの波動方程式で表わされる。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad \text{-----(1)}$$

ここに c は水中音速で、 $c = \sqrt{g/k/\gamma_w}$ 、ただし k : 水の体積弾性率、 γ_w : 水の単位体積重量、 g : 重力加速度。ここで図1に示したごとく円筒内部における動水圧について考えると、境界条件は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=0} &= 0, & (p)_{z=R} &= 0 \\ \left(\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=0} &= 0, & \left(\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=\pi} &= 0 \\ \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_{z=R} &= \gamma_w f(t) \cos \varphi \end{aligned} \right\} \quad \text{-----(2)}$$

また円筒下端が $f(t) = e_0 \omega^2 e^{i\omega t}$ なる単弦振動をするものとするれば式(1)、(2)より定常解として次式のごとく求まる。

$$p = \frac{e_0 \omega^2}{\pi} \left(\sum_{m=1}^{\infty} \cos \alpha_m z \cdot \frac{(-1)^{m+1}/2m-1}{\{J_0(\lambda_m l_e) - J_0(\lambda_m l_e)/\lambda_m l_e\}} \cdot \frac{J_0(\lambda_m r)}{\lambda_m} + \sum_{m=0}^{\infty} \cos \alpha_m z \cdot \frac{(-1)^{m+1}/2m-1}{\{I_0(\lambda_m l_e) - I_0(\lambda_m l_e)/\lambda_m l_e\}} \cdot \frac{I_0(\lambda_m r)}{\lambda_m} \right) e_0 \omega^2 e^{i\omega t} \quad \text{-----(3)}$$

ここに J_0 および I_0 は、それぞれ、0次および1次のベッセル関数、 I_0 および I_1 は0次および1次の変形ベッセル関数。

3. 動水圧の算定式

式(3)の固有値についての検討によれば、地動の周期が大きくなり、また水深が小さいほど水の圧縮性の影響が小さくなり、ある限界値以下に対しては式(3)の0-項は消失する。かかる場合について動水圧の最大値 $p_{\max}$ に注目すると、式(3)の0-項のみをとって、 $e^{i\omega t} \cos \varphi = 1$ とおけばよいので、結局

$$p_{\max} = p_{r=R, \max} = e_0 \omega^2 \frac{\gamma_w}{\pi} f\left(\frac{R}{l_e}, \frac{R}{l_e}\right) \quad \text{-----(4)}$$

ただし $f\left(\frac{R}{l_e}, \frac{R}{l_e}\right) = \frac{e_0 \omega^2}{\pi} \frac{(-1)^{m+1}/2m-1}{\{I_0(\lambda_m l_e) - I_0(\lambda_m l_e)/\lambda_m l_e\}} \cdot \frac{I_0(\lambda_m r)}{\lambda_m l_e} \cos \lambda_m z$

また振動方向すなわち x 方向(図1参照)の円筒の単位高さ当りに作用する全動水圧 P_z は

$$P_z = \int_0^{2\pi} p_{r=R} \gamma_w \cos \varphi d\varphi = e_0 \omega^2 \frac{\gamma_w}{\pi} f\left(\frac{R}{l_e}, \frac{R}{l_e}\right) \quad \text{-----(5)}$$

上式はまた次式のように書ける。

$$P_z = e_0 \omega^2 M_1(z), \quad \text{ただし} \quad M_1(z) = \frac{\gamma_w}{\pi} \pi R^2 f\left(\frac{R}{l_e}, \frac{R}{l_e}\right) \quad \text{-----(6)}$$

すなわち、質量分布 $M_1(z)$ なる物体が空気中において $e_0 \omega^2$ なる一様な加速度で運動してゐる

とて物体の単位長さ当りに働く力と等価であり、結局 $M_1(z)$ は円筒内部の単位長さ当りの仮想質量分布と考えるべし。ここで z を横軸にとり $z=0$ における $f(\text{kg/cm}) = M_1(z)/\Delta z$ (ただし $f=1\%$) を算出して図示したのが図-2 である。これより $z > 0.5$ では慣用的な仮想質量の値より本研究で得た値の方がかなり小さいとわかる。

4. 円筒外面に作用する動水圧

円筒の外面に作用する動水圧については、すでに後藤・土岐¹⁾によって取り扱われているが、それより円柱の撓みと水の圧縮性を考える場合を引用すると、円筒外面の単位長さ当りに働く全動水圧 P_z は次式で表わされる。

$$P_z = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4e\omega^2 h_n \lambda l e}{g \lambda n} \cdot \frac{(-1)^{n+1}}{\alpha n k} \cdot \frac{k_1 (\lambda n l e)}{k_2 (\lambda n l e) + k_3 (\lambda n l e)} \cos \alpha n z \cdot i e^{i \omega t} \quad \text{--- (7)}$$

式 (6) と同様書くと

$$\left. \begin{aligned} P_z &= -M_2(z) \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -g \left(\frac{1}{k} + \frac{z}{k} \right) \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} (-e \cdot i e^{i \omega t}) \\ \text{ただし } M_2(z) &= \frac{\pi l e^2}{g} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\alpha n k} \cdot \frac{4}{\lambda n l e} \cdot \frac{k_1 (\lambda n l e)}{k_2 (\lambda n l e) + k_3 (\lambda n l e)} \cos \alpha n z = g \left(\frac{1}{k} + \frac{z}{k} \right) \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (8)}$$

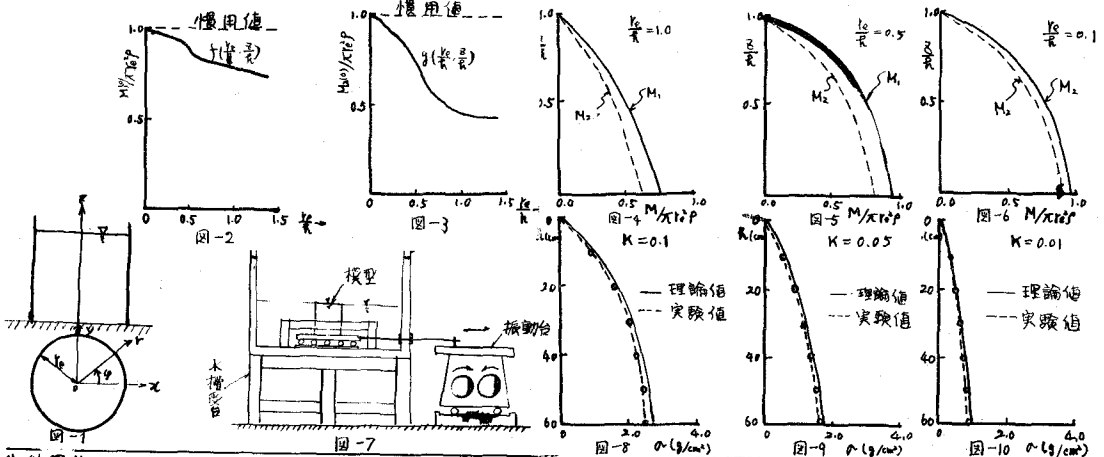
上式の $M_2(z)$ はこの場合の水の仮想質量に相当するもので、 $z=0$ における $M_2(z)/\Delta z$ を z に対して図示したものが図-3 である。これより慣用されている仮想質量は過大であることが認められる。また M_1 と M_2 を比較するために z をパラメーターにとり、横軸に $M_1/\Delta z$, $M_2/\Delta z$ をとって数値計算した結果が図-4~図-6 である。これより円筒内側の仮想質量の方が大きいことが認められる。

5. 模型実験による円筒内部に作用する動水圧の測定

図-7 のような装置で円筒内面に働く動水圧を圧力計により測定し、これらの結果と理論値とを比較したのが図-8~図-10 である。これより理論値と実験値がかなりよく対応していることが知られた。

6. 飽和砂による円筒内面に働く振動圧

円筒内部を飽和砂(標準砂)で満たし定常振動を与えたときの深さ方向、円周方向の動圧の分布形状を調べる実験を行ったが結果については講義時にゆづりたい。



1) 後藤尚男・土岐豊: 水中橋脚の振動と耐震設計に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 第130号, pp.17~30, 1965.1.
および, 京都大学工学部紀要, オフ27巻1号, pp.17~30, 1965.1.